

# 中华人民共和国国家标准

GB/T 15843.5—2005/ISO/IEC 9798-5:1999

---

## 信息技术 安全技术 实体鉴别 第5部分：使用零知识技术的机制

Information technology—Security techniques—Entity authentication—  
Part 5: Mechanisms using zero knowledge techniques

(ISO/IEC 9798-5:1999, IDT)

---

2005-04-19 发布

2005-10-01 实施

中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局  
中国国家标准化管理委员会 发布

# 目 次

前言 .....	III
1 范围 .....	1
2 规范性引用文件 .....	1
3 术语和定义 .....	1
4 符号与标记 .....	3
5 基于身份的机制 .....	4
5.1 具体的要求 .....	4
5.2 参数选择 .....	5
5.3 身份选择 .....	5
5.4 认可产生 .....	5
5.5 鉴别交换 .....	6
6 使用离散对数的基于证书的机制 .....	8
6.1 具体的要求 .....	8
6.2 密钥选择 .....	8
6.3 鉴别交换 .....	8
7 使用非对称加密系统的基于证书的机制 .....	9
7.1 具体的要求 .....	9
7.2 鉴别交换 .....	10
附录 A (资料性附录) 零知识机制的原理 .....	12
A.1 简介 .....	12
A.2 零知识机制的需要 .....	12
A.3 定义 .....	13
A.4 一个例子 .....	13
A.5 基本的设计原理 .....	14
附录 B (资料性附录) 参数选择指南 .....	15
B.1 基于身份的机制的参数选择 .....	15
B.2 使用离散对数的基于证书的机制的参数选择 .....	15
附录 C (资料性附录) 实例 .....	16
C.1 基于身份的机制 .....	16
C.1.1 公开指数为 2 的例子 .....	16
C.1.2 公开指数为 3 的例子 .....	19
C.1.3 公开指数为 $2^{16}+1$ 的例子 .....	23
C.2 基于离散对数的机制 .....	24
C.2.1 使用 768-bit 的 $p$ , 128-bit 的 $q$ 和 RIPEMD-128 的例子 .....	24
C.2.2 使用 1024-bit 的 $p$ , 160-bit 的 $q$ 和 SHA-1 的例子 .....	26
C.3 基于可信公开变换的机制 .....	27
C.3.1 使用 767-bit 的 RSA 和 RIPEMD-160 的例子 .....	27
C.3.2 使用 1024-bit 的 RSA 和 SHA-1 的例子 .....	28

附录 D (资料性附录) 机制比较 .....	30
D. 1 机制比较的度量 .....	30
D. 2 基于身份的机制 .....	30
D. 2. 1 当 $v$ 很大时的情形(Guillou-Quisquater 方案) .....	30
D. 2. 2 Fiat-Shamir 方案 .....	32
D. 3 使用离散对数的基于证书的机制 .....	32
D. 3. 1 计算复杂性 .....	32
D. 3. 2 通信复杂性 .....	32
D. 3. 3 声称者的认可大小 .....	32
D. 3. 4 安全程度 .....	32
D. 4 使用非对称加密系统的基于证书的机制 .....	33
D. 4. 1 计算复杂性 .....	33
D. 4. 2 通信复杂性 .....	33
D. 4. 3 声称者的认可大小 .....	33
D. 4. 4 安全程度 .....	33
D. 5 机制的比较 .....	33
附录 E (资料性附录) 关于专利的信息 .....	35
附录 F (资料性附录) 参考文献 .....	36
 图 1 基于身份的机制 .....	6
图 2 基于离散对数的机制 .....	8
图 3 基于可信公开变换的机制 .....	10
 表 D. 1 评估函数 .....	34
表 D. 2 特殊参数选择的评估比率 .....	34

## 前　　言

GB/T 15843《信息技术 安全技术 实体鉴别》，由以下几部分组成：

- 第1部分：概述
- 第2部分：使用对称加密算法的机制
- 第3部分：使用数字签名技术的机制
- 第4部分：使用密码校验函数的机制
- 第5部分：使用零知识技术的机制

本部分为 GB/T 15843 的第 5 部分，等同采用国际标准 ISO/IEC 9798-5:1999《信息技术 安全技术 实体鉴别 第 5 部分：使用零知识技术的机制》（英文版）。

本部分的附录 A, 附录 B, 附录 C, 附录 D, 附录 E 和附录 F 是资料性附录。

本部分由中华人民共和国信息产业部提出；

本部分由全国信息安全标准化技术委员会归口；

本部分由中国电子技术标准化研究所、信息安全部国家重点实验室起草。

本部分主要起草人：陈星、罗峰盈、胡磊、叶顶峰、张振峰、黄家英。

# 信息技术 安全技术 实体鉴别

## 第 5 部分：使用零知识技术的机制

### 1 范围

GB/T 15843 的本部分详细说明了三种使用零知识技术的实体鉴别机制。所有在 GB/T 15843 的本部分中阐述的机制都提供单向鉴别。这些机制应用零知识的原理所构造，但是根据附录 A 的严格定义，对所有参数的选择，这些机制本身并不是零知识的。

第一种机制称为基于身份的机制。可信的认可机构为每一个声称者提供私有认可信息，该私有认可信息是作为声称者的标识数据和认可机构的私有密钥的函数计算出来的。

第二种机制称为基于使用离散对数的基于证书的机制。每一个声称者都拥有一对用于此机制的公开密钥和私有密钥对。每一个声称者身份的验证者必须拥有该声称者公开验证密钥的可信拷贝；其获取的方法已经超出了本标准的范围，但是它可以通过由可信第三方签名的证书的分发来获得。

第三种机制称为基于使用非对称加密系统的基于证书的机制。每一个声称者都拥有一对用于非对称加密系统的公开密钥和私有密钥对。每一个声称者身份的验证者必须拥有该声称者公开验证密钥的可信拷贝；其获取的方法已经超出了本标准的范围，但是可以通过由可信第三方签名的证书的分发来获得。

### 2 规范性引用文件

下列文件中的条款通过 GB/T 15843 的本部分的引用而成为本部分的条款。凡是注日期的引用文件，其随后所有的修改单（不包括勘误的内容）或修订版均不适用于本部分，然而，鼓励根据本部分达成协议的各方研究是否可使用这些文件的最新版本。凡是不注日期的引用文件，其最新版本适用于本部分。

GB 15851—1995 信息技术 安全技术 带消息恢复的数字签名方案（idt ISO/IEC 9796:1991）

GB/T 15843.1—1999 信息技术 安全技术 实体鉴别 第 1 部分：概述（idt ISO/IEC 9798-1; 1997）

GB/T 18238(所有部分) 信息技术 安全技术 散列函数（idt ISO/IEC 10118）

### 3 术语和定义

GB/T 15843.1—1999 中确立的下列术语和定义适用于 GB/T 15843 的本部分。

#### 3.1

**非对称密码技术 asymmetric cryptographic technique**

#### 3.2

**非对称加密系统 asymmetric encipherment system**

#### 3.3

**非对称密钥对 asymmetric key pair**

#### 3.4

**询问 challenge**

#### 3.5

**声称者 claimant**

3.6

解密 decipherment

3.7

可区分标识符 distinguishing identifier

3.8

加密 encipherment

3.9

实体鉴别 entity authentication

3.10

私有密钥 private key

3.11

公开密钥 public key

3.12

公开验证密钥 public verification key

3.13

随机数 random number

3.14

权标 token

3.15

可信第三方 trusted third party

3.16

单向鉴别 unilateral authentication

3.17

验证者 verifier

下列术语在 GB/T 18238.1 中定义。

3.18

散列函数 hash-function

将比特串映射到固定长度比特串的函数,它满足下列两条性质:

——为一个给定的输出找到能映射到该输出的一个输入在计算上是不可行的;

——为一个给定的输入找到能映射到同一个输出的另一个输入在计算上是不可行的。

另外 GB/T 15843 的本部分增加使用下列术语和定义。

3.19

认可机构 accreditation authority

实体群的所有成员所信任的实体,用于生成私有认可信息。

3.20

认可多重性参数 accreditation multiplicity parameter

一个正整数,它等于由认可机构为一个实体所提供的秘密认可信息项目的数目。

3.21

交换多重性参数 exchange multiplicity parameter

一个正整数,用以确定在一个鉴别机制的执行中应该进行多少次实体鉴别消息的交换。

3.22

标识数据 identification data

一个数据项目序列。包括分配给某一个实体的用于识别他的唯一标识符。

注: 可能包括在标识数据中的数据项目包括:帐号、有效期限、序列号等等。

3.23

**私有认可指数 private accreditation exponent**

只有认可机构可知的数值,用于生成声称者的私有认可信息。这一数值应该保密,此数值与公开认可验证指数相关。

3.24

**私有认可信息 private accreditation information**

由认可机构向声称者提供的私有信息,也是声称者随后证明的知识内容,由此确立声称者的身份。

3.25

**私有解密变换 private decipherment transformation**

由非对称加密系统和非对称密钥对的私有密钥确定的解密变换。

3.26

**公开认可验证指数 public accreditation verification exponent**

一个实体群的所有成员一致认同的指数,它与模数一起确定私有认可指数的值。

3.27

**公开加密变换 public encipherment transformation**

由非对称加密系统和非对称密钥对的公开密钥确定的加密变换。

3.28

**冗余身份 redundant identity**

使用 GB 15851—1995 中所规定的技术,从一个实体的标识数据通过增加冗余而得到的数据项序列。

3.29

**响应 response**

声称者发送给验证者的数据项目,借助于它验证者可以核查声称者的身份。

3.30

**证据 witness**

向验证者提供声称者身份证据的数据项。

**4 符号与标记**

GB/T 15843.1—1999 中描述的符号和标记适用于 GB/T 15843 的本部分。

A 实体 A 的唯一标识符。

B 实体 B 的唯一标识符。

$Y \parallel Z$  数据项 Y 和 Z 按照顺序连接的结果。

下述通用符号与标记要用到:

$d$  询问

$D$  响应

$h$  散列函数

$r$  随机数

$[x]$  不大于  $x$  的最大整数。

$\text{mod}$  如果  $i$  是一个整数而  $n$  是一个正整数,那么  $i \text{ mod } n$  表示唯一的整数  $j$  满足:

a)  $0 \leq j < n$ ,

b)  $i - j$  是  $n$  的整数倍。

在第 5 章基于身份机制一文中,要用到下列符号与标记:

$C_{A1}, C_{A2}, \dots, C_{Am}$	实体 A 的私有认可信息。
$\gcd$	两个整数的最大公因子,也即: $\gcd(a, b)$ 表示同时为 $a$ 和 $b$ 的因子的最大正整数。
$I_{A1}, I_{A2}, \dots, I_{Am}$	实体 A 的标识数据。 $I_{Ai}$ 是实体 A 的标识数据的第 $i$ 部分。
$J_{A1}, J_{A2}, \dots, J_{Am}$	实体 A 的冗余身份。 $J_{Ai}$ 是实体 A 冗余身份的第 $i$ 部分。
$k_s$	由模数 $n$ 确定的一个整数,它决定了一个实体的冗余身份的最大比特长度。
$\text{lcm}$	两个整数的最小公倍数,也即: $\text{lcm}(a, b)$ 表示 $a$ 和 $b$ 的公共倍数中的最小正整数。
$m$	认可多重性参数。
$n$	模数,等于素数 $p$ 和 $q$ 的乘积。
$p$	用于计算模数的素数
$q$	用于计算模数的素数
$t$	交换多重性参数
$u$	认可机构的私有认可指数
$v$	公开认可验证指数
$W$	证据
$\text{mod}^*$	如果 $i$ 是一个整数而 $n$ 是一个正整数,那么 $i \bmod^* n$ 表示非负整数 $j$ ,它等于 $i \bmod n$ 和 $n-i \bmod n$ 两个值中比较小的一个。如果 $i$ 和 $j$ 是两个整数并且 $n$ 是一个正整数,那么 $i \equiv j \pmod{n}$ 当且仅当 $i \bmod^* n = j \bmod^* n$
$(a \mid n)$	正整数 $a$ 关于奇正整数 $n$ 的 Jacobi 符号
注: 设 $p$ 为一个奇素数且 $a$ 为一个正整数。 $a$ 关于 $p$ 的 Legendre 符号,记作 $(a \mid p)$ ,定义为:	$(a \mid p) = a^{(p-1)/2} \bmod p$
当 $a$ 不是 $p$ 的倍数时, $(a \mid p)$ 等于 +1 或者 -1,它取决于 $a$ 是否等于一个整数模 $p$ 的平方。素数 $p$ 的倍数关于 $p$ 的 Legendre 符号为零。	
设 $n$ 是一个奇的正整数满足 $n = pq$ ,其中 $p$ 和 $q$ 为素数,设 $a$ 是一个正整数。那么 $a$ 关于 $n$ 的 Jacobi 符号,记作 $(a \mid n)$ ,定义为:	$(a \mid n) = (a \mid p)(a \mid q)$
在不知道 $n$ 的素因子分解的情况下,Jacobi 符号 $(a \mid n)$ 可以有效地计算,参看[6]和[8]。	
在第 6 章基于离散对数机制的上下文中,下列符号与标记被使用:	
$g$	—正整数,它是离散对数的基。
$p$	—用作模的素数。
$q$	—一个素数,是 $p-1$ 的因数。
$yx$	—实体 $X$ 的公开验证密钥。
$zx$	—实体 $X$ 的私有鉴别密钥。
在第 7 章基于可信公开变换机制的上下文中,使用下列符号与标记:	
$Px$	—实体 $X$ 的公开加密变换。
$Sx$	—实体 $X$ 的私有解密变换。

## 5 基于身份的机制

本章阐述了一个实体鉴别机制,它使用基于身份的机制。

### 5.1 具体的要求

为了在一个实体群中使用这个机制,应该采取下列步骤:

- 每一个希望充当声称者或者验证者的实体必须有产生随机数的方法;
- 这个实体群应该指定一个认可机构。此认可机构应为这个群内所有成员所信任,以便保证其身份;

- c) 需要选择一些参数,它们将决定该实体鉴别机制的操作。选取的参数应该以一种可信赖的方式让实体群的所有成员获知;
- d) 每一个希望在鉴别机制中充当声称者的实体必须以某种方式获得标识数据。在此上下文中标识数据是一个长度由步骤 c) 中所选择的一个参数限定的比特串。依照约定的惯例对实体的标识是唯一的、有意义的;
- e) 每一个希望在鉴别机制中充当声称者的实体应该由指定的认可机构签发私有认可信息;
- f) 如果选择使用散列函数机制的版本,群内所有实体必须对于专用散列函数的使用达成一致(比如在 GB/T 18238 中描述的某一个散列函数)。

## 5.2 参数选择

参数应按下列方法进行选择:

- a) 公开认可验证指数  $v$ 。某些具有实际优势的值,例如 2,3 和  $2^{16}+1=65\ 537$ ;
- b) 模数  $n$ 。这个正整数应该由指定的认可机构选择。 $n$  的值等于两个素数  $p$  和  $q$  的乘积。认可机构应该对  $p$  和  $q$  的值保密。素数  $p$  和  $q$  的选择方法应该使得任何实体在知道它们的乘积的情况下推断它们是不可行的,这里的可行性是由鉴别机制的使用上下文所定义。

$p$  和  $q$  的值应满足下列条件:

——如果  $v$  是奇数,那么  $\gcd(p-1, v) = \gcd(q-1, v) = 1$

——如果  $v$  是偶数,那么  $\gcd(p-1/2, v) = \gcd(q-1/2, v) = 1$ ,且  $p-q$  不是 8 的倍数。

模  $n$  的选取以下面的方式决定着另一个参数  $k_v$  的值:

$$k_v = \lceil \log_2(n) \rceil$$

换句话说, $n$  的二进制表示应包含  $k_v+1$  个比特。

$n$  的选择也决定着认可机构的私有认可指数(记为  $u$ )的值,以这样的方式:值  $u$  应设置为最小的正整数以使得  $vu+1$  是下述的倍数:

$\text{lcm}(p-1, q-1)$  若  $v$  是奇数,

$\text{lcm}(p-1, q-1)/2$  若  $v$  是偶数。

- c) 认可多重性参数  $m$ 。这个正整数的选取应该与公开认可验证指数  $v$  和交换多重性参数  $t$  的选择相结合,它影响到方案的安全级别。
- d) 交换多重性参数  $t$ 。这个正整数的选取应该与公开认可验证指数  $v$  和认可多重性参数  $m$  的选择相结合,它影响到方案的安全级别。

注 1: 附录 B 中给出了这个机制的参数选择的指导。

注 2: 当  $v=2$  时这个机制就成为了 Fait-Shamir 方案,[3]。当  $v>2, m=1$  且  $v$  为素数时,这个机制就成为了 Guillou-Quisquater 方案,[5]。

## 5.3 身份选择

在这个机制中,每个希望充当声称者的实体必须被分配标识数据,它是由  $m$  个部分构成的序列: $I_{A1}, I_{A2}, \dots, I_{Am}$ 。标识数据的每一部分最多包含  $8\lceil(k+3)/16\rceil$  个比特。

实体鉴别机制将向验证者提供保证:该声称者确实是分配到这个标识数据的实体。

注 1: 比如,这个标识数据序列可能这样构造:给实体分配一个唯一的识别比特串,然后依次把数字  $1, 2, \dots, m$  的二进制表示附加到这个比特串的后面从而得到  $I_{A1}, I_{A2}, \dots, I_{Am}$  的值。在这个方法中,数字  $1, 2, 3, \dots, m$  的二进制表示可以方便地表示成具有相同长度的形式,如果需要就加以前缀 0。

注 2: 如果一个实体的标识数据部分超出了所允许的最大长度,那么可以运用散列函数去处理标识数据的部件以获得  $I_{A1}, I_{A2}, \dots, I_{Am}$  的值。散列函数的例子可以在 GB/T 18238 中找到。

注 3: 实体标识数据的过期可以通过在标识数据中包含有效日期来实现。实体标识数据的撤消可以通过在标识数据中包含序列号得到简化。

## 5.4 认可产生

为了产生一个实体  $A$  的私有认可信息,认可机构应该计算一列  $m$  个数字签名  $C_{A1}, C_{A2}, \dots, C_{Am}$ 。

更明确地说,对每一个  $i(1 \leq i \leq m)$ ,  $C_{Ai}$  应按照下列程序进行计算。

- a)  $J_{Ai}$ , A 的“冗余身份”的第  $i$  部分, 它将使用  $k_S$  指定的值, 依据 GB 15851—1995 中签名过程的前四步(‘填充’, ‘扩展’, ‘冗余’和‘截断与实现’), 从 A 的标识数据的第  $i$  部分  $I_{Ai}$  计算而来。从这个过程中得到的值, 表示为  $IR$ , 将按下列方法用于导出  $J_{Ai}$ 。

- 如果  $v$  为奇数, 那么  $J_{Ai} = IR$ 。
- 如果  $v$  为偶数并且  $(IR \mid n) = +1$ , 那么  $J_{Ai} = IR$ 。
- 如果  $v$  为偶数并且  $(IR \mid n) = -1$ , 那么  $J_{Ai} = IR/2$

- b)  $C_{Ai}$  由  $J_{Ai}$  按照下列公式计算得到:

$$C_{Ai} = (J_{Ai})^v \bmod n$$

提供给实体 A 的私有认可信息等于计算的签名  $C_{A1}, C_{A2}, \dots, C_{Am}$ 。

对于每一个  $i(1 \leq i \leq m)$ , 容易看出

$$(C_{Ai})^v J_{Ai} \equiv 1 \pmod{n}$$

## 5.5 鉴别交换

这个单向的鉴别机制涉及到声称者 A 和声称者 B 之间的下列信息交换, 它能够使 B 核查 A 的身份。为了机制的正确运行, 需要向 B 提供 A 所声称的标识数据, 可以把它附加在机制中交换的某一个信息之后, 或者采用其他的方法。

图 1 中说明了鉴别程序一个回合的过程。图中括弧内的数字对应于下面详细描述的交换步骤。

第一个权标( $TokenAB_1$ )是由声称者发送给验证者的, 其格式为:

$$TokenAB_1 = W$$

或者

$$TokenAB_1 = h(W \parallel Text)$$

其中  $W$  为证据,  $h$  是散列函数,  $Text$  为可选择的文本字段。这个文本字段(可能为空)对于 GB/T 15843 本部分的范围之外的应用是可用的。参看 GB/T 15843.1—1999 附录 A 中文本字段的使用信息。如果这个文本字段是非空的那么 B 必须设法恢复出文本字段的值; 这可能需要 A 随着  $TokenAB_1$  一起发送全部或者部分文本字段(可参看下面的注 1)。

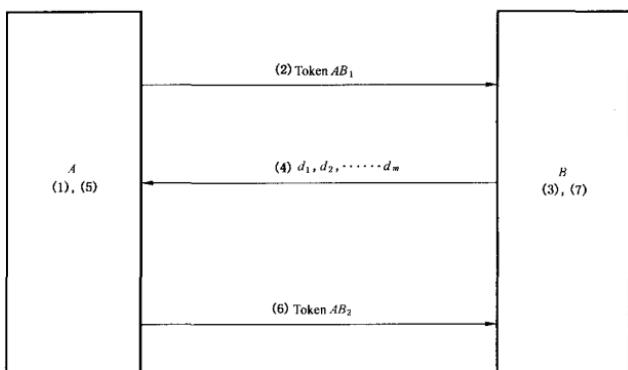


图 1 基于身份的机制

声称者发送给验证者的第二个权标(TokenAB<sub>2</sub>)的格式为：

$$\text{TokenAB}_2 = D$$

其中  $D$  为响应。

对于这个机制的每一次应用,下述鉴别程序应该执行  $t$  次(这里  $t$  为交换多重性参数)。只有当程序的  $t$  次执行都成功地完成,验证者  $B$  才接受声称者  $A$  的有效身份:

- (1) 拥有私有认可信息  $C_{A1}, C_{A2}, \dots, C_{An}$  的实体  $A$  选择一个随机数  $r$ , 使得  $r$  为满足  $1 \leq r \leq n-1$  的整数。这个整数由  $A$  保密。 $A$  此时按照下列公式计算证据  $W$ :

$$W = r^v \bmod n$$

- (2)  $A$  将 TokenAB<sub>1</sub> 发送给  $B$ 。TokenAB<sub>1</sub> 应等于  $W$  或者  $h(W \parallel \text{Text})$ 。
- (3) 在收到 TokenAB<sub>1</sub> 之后, $B$  选择一个随机整数序列  $d_1, d_2, \dots, d_m$ , 其中每一个  $d_i$  值应该在 0 到  $v-1$  之间。这个整数序列就是询问。
- (4)  $B$  发送询问  $d_1, d_2, \dots, d_m$ , 给  $A$ 。
- (5) 接收到询问  $d_1, d_2, \dots, d_m$  之后,  $A$  按下列公式由(秘密的)值  $r$  和私有认可信息  $C_{A1}, C_{A2}, \dots, C_{An}$  计算响应  $D$ :

$$D = r \prod_{i=1}^m (C_{Ai})^{d_i} \bmod n$$

- (6)  $A$  发送 TokenAB<sub>2</sub> =  $D$  给  $B$ 。
- (7) 收到响应  $D$  之后, $B$  执行下列计算程序:
  - 1)  $B$  检查  $D$  是否满足  $0 < D < n/2$ 。如果不是那么  $B$  拒绝  $A$ 。
  - 2)  $B$  使用 5.4 步骤(a)所述的方法,根据  $A$  的标识数据  $I_{A1}, I_{A2}, \dots, I_{An}$  计算出  $A$  的冗余身份  $J_{A1}, J_{A2}, \dots, J_{An}$ 。
  - 3)  $B$  按照下面的公式计算  $W'$  的值:

$$W' = D^v \prod_{i=1}^m (J_{Ai})^{d_i} \bmod n$$

- 4) 如果在程序的第一次交换中发送的是  $W$ , 那么  $B$  核查他所计算的值  $W'$  等于在程序的第一次交换中发送的  $W$  值。相应地,如果在程序的第一次交换中发送的是  $h(W \parallel \text{Text})$ , 那么  $B$  首先计算  $h(W' \parallel \text{Text})$ , 然后核查  $h(W' \parallel \text{Text})$  是否等于在程序的第一次交换中发送的  $h(W \parallel \text{Text})$  值。如果核查成功,那么机制在这一轮是成功的。否则,  $B$  拒绝  $A$ 。

注 1: 其他的信息可以随鉴别程序的任何轮的任何一次交换一起发送。特别需要说明的是,包含  $A$  的标识数据的信息可以和 TokenAB<sub>1</sub> 一起在  $t$  轮鉴别过程的第一轮的首次交换(步骤(2))中发送。这些信息有助于  $B$  用来计算  $A$  的冗余身份和/或可选文本字段的值。

注 2:  $A$  选择随机数  $r$  的过程要保证在认可信息的生命周期之内,这些选取的数值是独立的,这一点很重要。如果,例如,同一个值  $r$  使用两次,那么第三方就可能推导出  $A$  的部分或所有的私有认可信息,并因此成功地冒充  $A$ 。

注 3: 关于  $A$  的冗余身份  $J_{A1}, J_{A2}, \dots, J_{An}$ ,  $B$  可以在任何阶段计算,也就是说,  $B$  不需要等待收到了响应  $D$  之后才来计算  $J_{A1}, J_{A2}, \dots, J_{An}$ 。如果  $B$  使用这个机制频繁地验证  $A$  的身份,那么  $B$  可以存储  $J_{A1}, J_{A2}, \dots, J_{An}$  的值。

注 4: 这个程序的  $t$  个回合可以并行执行,也就是说,在第一步  $A$  可以选择  $t$  个随机数  $r_1, r_2, \dots, r_t$ , 计算  $t$  个证据  $W_1, W_2, \dots, W_t$ , 把他们同时发送给  $B$ , 等等。如果采取“并行实现”,无论  $t$  值为多少,消息交换的总数将等于 3。

注 5: 在程序的第一次交换中使用  $h(W \parallel \text{Text})$  来代替  $W$  能够减少 TokenAB<sub>1</sub> 的比特数,从而提高效率。

注 6: 建议在这个机制中使用的私有认可信息仅仅用于鉴别的目的,而不要用于其他的应用中(例如数字签名的产生)。如果没有遵循这个建议,那么应该特别注意提防验证者利用声称者作为“签名谕示”;例如,这可以通过选取具有特殊的形式的询问而达到目的。

## 6 使用离散对数的基于证书的机制

在本章中详细阐述了一个使用离散对数的实体鉴别机制。

注：此机制称为 Schnorr 方案[9]。

### 6.1 具体的要求

为了在一个实体群中使用这个机制，需要采用下列步骤：

- 每个希望充当声称者或者验证者的实体必须有产生随机数的方法。
- 实体群中所有实体必须对三个正整数  $p, q$  和  $g$  达成一致。整数  $p$  必须选取为一个素数，同样  $q$  也必须选取为一个素数并且是  $p-1$  的因子。最后  $g$  必须选取为在模  $p$  意义下阶为  $q$  的元素，即  $g$  必须满足：
  - $g^q \bmod p = 1$
  - $g \neq 1$
- 值  $p$  和  $q$  的选择，应该使得给定任意的整数  $i (1 < i < q)$ ，找到一个整数  $j$ （如果存在）满足  $g^j \bmod p = i$  在计算上是不可行的。
- 群内所有实体必须对于专用散列函数的使用（例如在 GB/T 18238 中描述的散列函数之一）达成一致。
- 每一个希望充当声称者的实体必须配备一个非对称密钥对，其选取如下所述。
- 每一个希望充当验证者的实体，必须有一种方法获得将要验证身份的实体的公开验证密钥的可信拷贝。

注：为实体提供公开验证密钥的可信拷贝的具体方法超出了本标准的范围。例如这些可以通过使用公钥证书或者其他一些依赖于环境的方法得到。

### 6.2 密钥选择

在这个机制中，每一个希望充当声称者的实体  $X$  必须配备一个非对称密钥对  $(yx, zx)$ 。其中  $zx$ （私有密钥）是一个整数，其选取应满足  $0 < zx < q$ 。相应的公开验证密钥  $yx$  应等于  $g^{zx} \bmod p$ 。

注：此机制的参数选择指导将在附录 B 中给出。

### 6.3 鉴别交换

这个单向的鉴别机制涉及到声称者  $A$  和验证者  $B$  之间的下列信息交换，它能够使  $B$  核查  $A$  的身份。

图 2 说明了这个鉴别机制。图中带括弧的数字对应于下面详细描述的交换步骤。

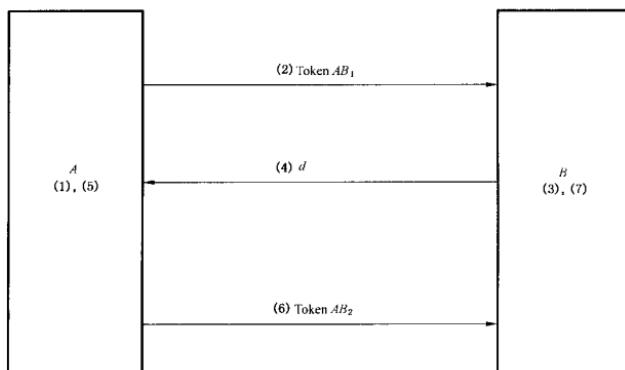


图 2 基于离散对数的机制

声称者发送给验证者的第一权标( $\text{TokenAB}_1$ )的格式为：

$$\text{TokenAB}_1 = W$$

或者

$$\text{TokenAB}_1 = h(W \parallel \text{Text})$$

其中  $W$  为证据,  $h$  是散列函数,  $\text{Text}$  为可选择的文本字段。这个文本字段(可能为空)对于 GB/T 15843 的本部分范围之外的应用是可用的。参看 GB/T 15843.1—1999 附录 A 中文本字段的使用信息。如果这个文本字段是非空的,那么  $B$  必须设法恢复文本字段的值;这可能需要  $A$  随同  $\text{TokenAB}_1$  一起发送文本字段的全部或部分(可参看下面的注 1)。

声称者发送给验证者的第二个权标( $\text{TokenAB}_2$ )的格式为：

$$\text{TokenAB}_2 = D$$

其中  $D$  为响应。

- (1) 实体  $A$  选择一个随机数  $r$ ,使得  $r$  为满足  $1 \leq r \leq n-1$  的整数。这个整数由  $A$  保密。 $A$  此时按照下列公式计算证据  $W$

$$W = g^r \bmod p$$

- (2)  $A$  将  $\text{TokenAB}_1$  发送给  $B$ 。 $\text{TokenAB}_1$  应等于  $W$  或  $h(W \parallel \text{Text})$ 。
- (3) 收到  $\text{TokenAB}_1$  之后,  $B$  应随机选择一个整数  $d$ ('询问'),这里  $d$  应满足  $0 \leq d < q$ 。
- (4)  $B$  发送询问  $d$  给  $A$ 。
- (5) 接收到询问  $d$  后,  $A$  按照下列公式由(秘密的)值  $r$  和  $A$  的私有密钥  $z_A$  计算出响应  $D$ :

$$D = r - dz_A \bmod q$$

- (6)  $A$  发送  $\text{TokenAB}_2 = D$  给  $B$ 。
- (7) 接收到响应  $D$  后,  $B$  执行下列计算程序:
  - 1)  $B$  检查是否  $0 < D < q$ 。如果不是,那么  $B$  拒绝  $A$ ;
  - 2)  $B$  按下列公式计算值  $W'$ :

$$W' = (y_A)^d g^D \bmod p$$

- 3) 如果在程序的第一次交换中发送的是  $W$ ,那么  $B$  检验他计算的值  $W'$  是否等于在程序的第一次交换中发送的  $W$  值。相应地,如果在程序的第一次交换中发送的是  $h(W \parallel \text{Text})$ ,那么  $B$  首先计算  $h(W' \parallel \text{Text})$ ,然后核查  $h(W' \parallel \text{Text})$  是否等于在程序的第一次交换中发送的  $h(W \parallel \text{Text})$  值。如果  $h(W \parallel \text{Text}) \neq h(W' \parallel \text{Text})$  那么这个机制失败并且  $A$  被拒绝。否则,  $B$  接受  $A$ 。

注 1: 其他的信息可以随鉴别程序的任何回合的任何一次交换一起发送。

注 2:  $A$  选择随机数  $r$  的过程要保证在鉴别信息的生存周期之内,这些选取的数值是独立的,这一点很重要。如果,例如,同一个值  $r$  使用两次,那么第三方就可能推导出  $A$  的私有认可信息,并因此成功地冒充  $A$ 。

注 3: 建议在这个机制中使用的密钥对仅仅用于鉴别的目的,而不要用于其他的任何应用中(例如数字签名的产生)。如果没有遵循这个建议,那么应该特别注意以防止验证者利用声称者作为“签名谕示”;例如,这可以通过要求询问具有特殊的选取形式而达到目的。

注 4: 在程序的第一次交换中使用  $h(W \parallel \text{Text})$  来代替  $W$  能够减少  $\text{TokenAB}_1$  的比特数,从而提高效率。

## 7 使用非对称加密系统的基于证书的机制

本章中详细说明了一个使用非对称加密系统的实体鉴别机制。

注: 此机制源自 Brand-Damgard-Landrock-Pedersen 方案[1,8]。

### 7.1 具体的要求

为了在一群实体中使用此机制,需要采取下列步骤。

- a) 每一个希望充当验证者的实体必须有产生随机数的方法。
- b) 实体群中所有实体必须在两个密码函数的使用上达成一致:非对称加密系统、散列函数(例如

在 GB/T 18238 中描述的其中一个散列函数)。

- c) 每一个希望充当声称者的实体必须配备一对用于非对称加密系统的非对称密钥对。
- d) 每一个希望成为验证者的实体必须有一种方式获得将要验证身份的实体的公开验证密钥的可信拷贝。

注: 为实体提供公开验证密钥的可信拷贝的具体方法超出了本标准的范围。这些方法可以从通过使用诸如公钥证书或其他一些依赖于环境的方法得到。

## 7.2 鉴别交换

这个单向的鉴别机制涉及到声称者 A 和验证者 B 之间的下列信息交换, 它使得 B 能够核查 A 的身份。

图 3 说明了这个鉴别机制。图中带括弧的数字对应于符合下面详细描述的交换步骤。

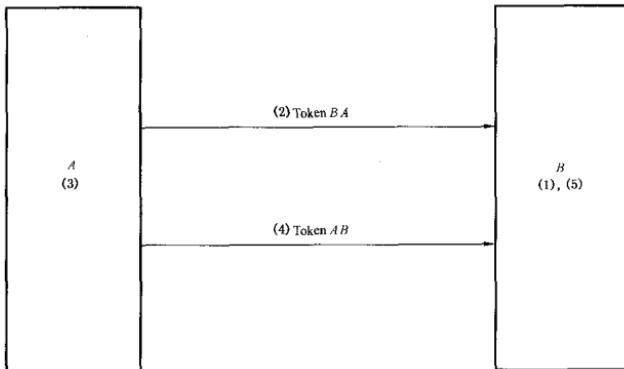


图 3 基于可信公开变换的机制

由验证者发送给声称者的权标(TokenBA)的格式为:

$$\text{TokenBA} = d$$

其中  $d$  为询问。由声称者发送给验证者的权标(TokenAB)的格式为:

$$\text{TokenAB} = D$$

其中  $D$  为响应。

- (1) 实体 B 选择一个随机数  $r$ , 这个数由 B 秘密保存。B 接下来计算  $h(r)$ 。这个随机数  $r$  的选择应该使得  $r \parallel h(r)$  位于 A 的公开加密变换  $P_A$  的定义域之内。B 然后按照下面的公式计算询问  $d$ :

$$d = P_A(r \parallel h(r))$$

- (2) B 将  $\text{TokenBA} = d$  发送给 A。
- (3) 收到  $\text{TokenBA}$  之后, A 执行下列计算步骤:
  - 1) A 通过计算  $r \parallel h(r) = S_A(d)$  恢复  $r$  值。这里  $S_A$  为 A 的私有解密变换。
  - 2) A 利用恢复的值  $r$  重新计算  $h(r)$ , 如果这个值不等于从  $\text{TokenBA}$  得来的值, 那么 A 终止这个机制。如果计算出的  $h(r)$  值与从  $\text{TokenBA}$  恢复出的值相同, 那么 A 置  $D = r$ 。
- (4) A 发送  $\text{TokenAB} = D$  给 B。
- (5) 接收到  $\text{TokenAB}$  之后, B 比较  $D$  和  $r$ 。如果  $r \neq D$ , 那么机制失败, 并且 A 被拒绝。如果  $r = D$ , 那么 B 接受 A。

注 1: 其他的信息可以随同这个机制的交换一起发送。

注 2: B 选择随机数  $r$  的过程要保证: 在 A 的非对称密钥对的生命周期之内同一个数值选取两次的概率趋近于零。

这一点很重要。如果,同一个数  $r$  使用两次,那么在它第一次发送的时候,截获到该响应  $D$  的第三方,在  $B$  第二次发送数值  $r$  后,通过重放  $D$  作为对  $B$  的响应就能够假扮  $A$  来欺骗  $B$ 。不过,重新使用以前有效的  $r$  值只会使这个机制应用的一个特殊回合失效。

注 3: 建议在这个机制中使用的密钥对仅仅用于鉴别的目的,而不要用于任何其他的应用中(例如消息加密)。如果没有遵循这个建议,那么应该特别注意以防止验证者利用声称者作为“解密谕示”;例如,这可以要求散列值  $h(r)$  具有特殊的格式而达到目的。

附录 A  
(资料性附录)  
零知识机制的原理

### A.1 简介

在非对称密码技术的使用过程中,鉴别交换的潜在弱点在于验证者可能滥用机制而危及声称者的私有密钥。当使用非对称密码的时候,声称者使用他的非对称密钥对的私有密钥来计算验证者询问的响应。验证者可能通过巧妙的选择询问来获得关于声称者私有密钥的信息,而这些信息是不可能仅仅从声称者的公开密钥的知识中得到的。

这种滥用密码消息交换的方式就是众所周知的把声称者作为“渝示”使用的方式,因为声称者按照验证者的要求提供有关其私有密钥的信息。零知识鉴别机制的思想就是通过谨慎的消息设计来消除这个潜在的威胁。这是通过确保验证者不能把声称者用作为“渝示”而实现的。

### A.2 零知识机制的需要

在涉及现代计算机网络的应用当中,对安全服务的需求诸如用户鉴别、抗抵赖等等,正在被广泛地认可并不断地增长。一个用户为了能够使用这样的服务,他必需拥有该用户特定的私有信息。例如口令、数字签名系统的私有密钥,等等。

当然,对系统的安全来说,保持私有信息的秘密性是必须遵循的,也就是说不泄露给其他潜在的敌方。另一方面,私有信息必须用作软件或硬件模块的输入来计算和发送代表用户的消息。如果这些信息没有恰当地使用,私有信息的私秘性就可能受到损害,甚至被完全毁坏。一个明显的例子是用户通过明文形式发送口令来让主机识别自己。这就完全暴露了用户的私有信息,会直接导致任何在线窃听的人都能够冒充所有口令被拦截的用户。

这个例子中有过多的信息被传递。为了说明这一点,注意到就主机的角度而言,只有两种可能性:用户拥有正确的口令或者没有正确口令。在信息论中,这意味着真正需要传递的信息仅有1个比特。因此,通过发送完整口令的方法,我们就传递了比实际需要的多得多的信息,这就是窃听这些实际问题的理论背景。

我们自然会问:能不能设计出一些利用私有信息的协议?它们所传递的信息量恰好是我们打算传递的,一点儿也不多余。通俗地讲,这正好是零知识机制所具有的性质。例如考虑这样一个情形:在非对称密码系统中,用户A分配到了密钥对( $P_A, S_A$ ),其中 $P_A$ 是A的公开密钥,而 $S_A$ 是A的私有密钥。然后利用零知识机制,A能够使B相信A拥有对应于 $P_A$ 的私有密钥,而不泄露除此任何事实之外的任何信息。因为A是唯一有权使用 $S_A$ 的用户,这个协议能够用于鉴别。在此方案中,零知识的特性保证了B不会获得任何可以帮助他以后非法冒充A的东西。

零知识的性质是通过设计一个可以由验证者单独模拟的会话来实现的。这就直观地证明了验证者不会从声称者那里得到有关声称者私有密钥特性的任何信息,而这些信息是验证者自己不能从相应的公开密钥中获取的。这也意味着一个观察者从构成这个机制的消息交换中不能判断出声称者是否真正参与了交换,或者这个交换只是由验证者模拟的。

零知识机制本身的特性要求使用非对称密码技术。在零知识机制的严格定义下,实际上是没有可能去实现的。事实上,在GB/T 15843的本部分中所阐述的机制的更好的描述应该是“秘密保护机制”。然而,零知识机制的概念是已经建立起来的众所周知的密码学理论的一部分。为此,我们在这里使用了这个术语。

### A.3 定义

再接近正式定义一些,零知识机制发生在两个参与方之间:声称者 A 和验证者 B。声称者尽力使验证者相信某一个陈述是真实的。例如,这个陈述可能是“我知道对应于  $P_A$  的私有密钥”。为了使 B 确信,声称者和验证者首先交换一些消息,然后 B 决定接受或拒绝声称者的证明。

这样一个机制需要三个本质上的特性:

——完备性。如果 A 的陈述是真实的,那么 B 应该以极大的概率接受它。

——合理性。如果 A 的陈述不是真实的,那么无论 A 怎么做,B 应该以极大的概率拒绝它。

——零知识。无论 B 是如何做的,B 所接收到的只是 A 的陈述为真。更确切一点说:无论在与诚实的声称者会话时候 B 接收到了什么,B 应该同完全不与 A 会话一样容易由自己计算出来。这意味着 B 自身能够模拟会话,所产生的会话看上去好象的确是在与 A 会话一样。

### A.4 一个例子

考虑下面的例子,它是 Fiat-Shamir 机制[3]的一个简化方案。这里,我们给定了一个模数  $n$  和一个关于模  $n$  的数,称作  $y$ 。在这个方案中,A 的陈述是“我知道  $y$  关于模  $n$  的一个平方根”。注意到  $x$  是  $y$  关于模  $n$  的一个平方根,当且仅当  $x^2 \bmod n = y$ 。

A 和 B 之间的会话将如下进行:

重复  $t$  次:

1. A 随机选择  $r$ (这里  $2 \leq r \leq n-1$ ),将其模  $n$  并发送给 B。
2. B 随机选择比特  $b$  等于 0 或 1,发送给 A。
3. 如果  $b$  等于 0,那么 A 发送

$$z=r$$

给 B,否则 A 发送

$$z=rx \bmod n,$$

这里  $x$  是  $y$  关于模  $n$  的平方根,这是 A 所知道的。

4. B 首先检查  $z \neq 0$ ;如果  $z=0$  那么 B 拒绝 A 并且终止程序。如果  $b=0$ ,B 就检查

$$z^2 \equiv r^2 \pmod{n}.$$

相应的,如果  $b$  等于 1 那么 B 检查

$$z^2 \equiv r^2 y \pmod{n}$$

如果检查是正确的就继续,否则 B 拒绝并且终止程序。

不难看出,如果 A 和 B 都遵循上述程序,那么 B 将不会拒绝 A;将  $z$  平方意味着把  $r$  或  $rx$  平方,那将给出结果  $r^2 \bmod n$  或  $(rx)^2 = r^2 x^2 = r^2 y \bmod n$ 。

另一方面,如果在  $t$  次迭代的任何一次中,A 对于  $b=0$  和  $b=1$  都能够提供正确的答案,这就意味着 A 能够提供  $z_0$  和  $z_1$ ,使得

$$z_0^2 = r^2 \bmod n$$

并且

$$z_1^2 = r^2 y \bmod n.$$

通过将第一个方程式插入到第二个,可以直接地看出来数  $z_1/z_0 \bmod n$  是  $y$  的一个平方根( $z_0 \neq 0$  并且  $z_0$  必须以极大的概率和  $n$  互素)。如果 A 能够计算出具有在这样性质的  $z_1$  和  $z_0$ ,那么他就能够计算  $z_1/z_0$ ,因此关于他知道  $y$  的一个平方根的陈述就是真实的。但是相反地,如果 A 是在欺骗,他并不知道  $y$  的平方根,在  $t$  次迭代的每一次中他必定不能正确回答  $b$  的至少一个值。因此一个欺骗的声称者使验证者确信的概率至多为  $2^{-t}$ 。比如重复 20 次,我们就把这个概率缩小到约百万分之一。从而也满足了合理性的要求。至于零知识,注意到验证者在会话结束之后所留下的是两个数  $z$  和  $r^2$ ,满足

$$z^2 \equiv r^2 \pmod{n}$$

或者

$$z^2 \equiv r^2 y \pmod{n}$$

但是这些事情实际上验证者不用与 A 会话,自己就可以生成。B 只要选择一个随机的  $z$ , 定义

$$r^2 = z^2 \pmod{n}$$

或者

$$r^2 = z^2 / y \pmod{n}.$$

假如这样的话,这种计算  $r^2$  和  $z$  的方式不同于声称者的计算方式,但是这个事实是无关紧要的;二者的计算结果的分布是完全一样的,也就是说,不可能分辨其差异。因此,除了得知 A 知道  $y$  的一个平方根这个事实之外,B 不能得到任何他自己不能计算的信息。

让我们在这里预先考虑一个经常会提问到的问题。如果验证者不掌握  $y$  的一个根就能够自己生成很好的会话,那么为什么当声称者产生一个类似会话的时候,验证者就应该确信他的话呢?答案是当 B 模拟这个协议的时候,他可以自由地以“相反的方向”产生数字,也就是说,他首先选择  $z$  然后寻找符合条件的  $r^2$ 。在协议的实际执行中,A 没有这个机会。验证者期望在选择  $b$  之前看到  $r^2$ ,然后声称者必须找到一个正确的  $z$ 。

尽管我们在这里已经解释了几个技术难点,但存在讨论的要点:为什么机制具有零知识的特性。

## A.5 基本的设计原理

前一部分的例子中,涉及到了支撑几乎所有已知的零知识机制的两个基本设计思想之一,也就是:

声称者发送一个“证据”给验证者。然后 B 从某一组问题之中询问 A 一个问题。如果 A 是欺骗的,他就不能够回答所有可能的问题。因此我们就有机会抓住他。另一方面 A 的回答从没多于一个问题,而这仅有的一一个回答对验证者来说无法揭示出任何东西。这个设计思想构成了在第 5 和第 6 章中所阐述的机制的基本原理。

另外一个设计思想,也是构成第 7 章中所阐述的机制的基本原理,基于下述说明:

验证者向声称者询问一个问题,而验证者已经知道了这个问题的答案。协议必须确保事实就是这样的。如果 A 是诚实的,他能够容易地计算出正确的答案;但是如果他是欺骗的,他不会比随机地猜测做得更好,大多数时候的回答是不正确的。

另一方面,当 B 接收到答案时,他已经知道 A 将要说的话了,从而这个机制具备了零知识的特性。

一个简单的例子是在一个公开密钥系统中,当 A 必须证明他拥有一个私有密钥的时候,验证者能够利用 A 的公开密钥加密一个随机消息,要求 A 返回解密的消息。只有知道正确的私有密钥的用户才能做到这一点。为了得到零知识性,我们必须确保 B 真正预先知道这个消息。本标准包含了一个实现这个方法的例子,也就是要求 B 展示关于这个消息的某些信息(证据)。

准确理解零知识协议的正式定义在[2]和[4]中给出。

**附录 B**  
**(资料性附录)**  
**参数选择指南**

本附录对于 GB/T 15843 的本部分中定义的两个机制的参数选取提供指导。

### B.1 基于身份的机制的参数选择

本部分内容对参数  $m, n, p, q, v$  和  $t$  的选取进行指导。GB/T 15843 的本部分 5.2 中的注 2 也与这些参数的选择有关。

- 模数  $n$ 。如 5.2 所述, 素数  $p$  和  $q$  应按这样的方法来选择: 任何实体知道了他们的乘积  $n$  来推导他们都是不可行的, 这里的可行性根据鉴别机制使用的上下文来定义。
- 公开认可验证指数  $v$ 。某些小素数  $v$  值, 例如  $2, 3$  或  $2^{18}+1$  (对于后者有代表性地结合  $t=1$  或  $2$ ) 对于降低计算证据  $W$  的计算复杂性有实际的优势; 一般来说, 选取相对小的  $v$  值将降低声称者的计算复杂性。
- 多重性参数  $m, t$ 。 $v^{-m}$  的值等于一个不诚实的声称者在协议的每一次重复中, 通过事先“猜测”询问  $d_1, d_2, \dots, d_m$  的值而进行冒充攻击的成功概率。因此  $m$  和  $t$  的选择应该使得  $v^{-m}$  的值小于一个概率值门限, 该值取决于应用的敏感度。对于大多数应用来说,  $2^{-16}$  到  $2^{-40}$  之间的值是适当的, 这里确切的值的选择将取决于风险评估。

结合这个机制使用的标识数据的形式需要小心地选择, 尤其是如果标识数据需要撤销或终止, 对于标识数据的私有认可信息就应该兼顾到。更为明确地说, 一个实体标识数据的过期可以通过在标识数据中包含有效日期来实现。可以在鉴别程序  $t$  次迭代之第一个回合的首次交换中包含有效日期信息, 从而让验证者得到这个过期信息。

用类似的方法, 通过在标识数据中包含序列号, 可以实现一个实体的标识数据的撤销。验证者可以在标识数据的吊销“黑名单”列表中检查这个序列号。

### B.2 使用离散对数的基于证书的机制的参数选择

本部分内容对参数  $d, g, p$  和  $q$  的选择进行指导。

- 素数  $p, q$  和基  $g$ 。如 6.1 所述,  $p$  和  $g$  的选取应该使得: 给定任意一个整数  $i$  ( $1 < i < q$ ), 找到一个整数  $j$  (如果存在) 满足  $g^j \bmod p = i$  在计算上是不可行的。这样的整数  $j$  就是通常所说的  $i$  对于基  $g$  关于模  $p$  的离散对数。

计算上的可行性由鉴别机制使用的上下文定义。素数  $p$  和  $q$  的比特长度提供了计算离散对数的复杂度下界, 因此  $p$  和  $q$  的长度必须小心地选择。

素数  $p$  的选择可以使得  $q$  的二进制表示的拷贝嵌入到  $p$  的二进制表示中。这样选择  $p$  和  $q$  的方法在存储空间和/或通信带宽非常珍贵的情况下是有用的。C.2.1.1 提供了这样的  $p, q$  对的例子。

若存在一个小于  $q$  整除  $p-1$  的奇数因子, 那么[7]中所述类型的攻击可能危及用户密钥的安全性。为了防止这样的攻击,  $p$  和  $q$  的选择应该使得  $(p-1)/2q$  没有小于  $q$  的素因子; 理想地,  $(p-1)/2q$  应该为素数。

- 询问  $d$ 。假设  $d$  在范围  $0 \leq d \leq 2^D - 1$  内随机选择, 其中  $D$  是某一个正整数。值  $2^{-D}$  等于一个不诚实的声称者通过“猜测”询问  $d$  的值而进行冒充攻击的成功概率。因此  $D$  ( $d$  的比特长度) 的选择应该使得  $2^{-D}$  小于由应用的敏感度而确定的概率值门限。对于大多数应用来说,  $2^{-16}$  到  $2^{-40}$  之间的值是适当的, 也就是说:  $D$  的值在 16 到 40 之间, 这里确切值的选择将取决于风险评估。

附录 C  
(资料性附录)  
实例

本附录给出 GB/T 15843 的本部分所阐述的实体鉴别机制的计算例子。这个附录的所有整数都以十六进制表示法给出。

这里给出的例子仅仅是为了说明和帮助验证这些机制的具体实现，在实际中不应该用。

### C.1 基于身份的机制

#### C.1.1 公开指数为 2 的例子

##### C.1.1.1 参数选择

在这个例子中公开验证指数  $v$  为 2，一个偶数。因此秘密的素因数  $p$  和  $q$  必须满足：

$$\gcd\left(\frac{p-1}{2}, v\right) = \gcd\left(\frac{q-1}{2}, v\right) = 1$$

且，

$p - q$  不是 8 的倍数。

$p = f859\ cdc6\ f78f\ d206\ a8d2\ e78c\ bfc8\ 2735\ 5798\ 5d16\ cbf9\ 431f\ abfc\ c16f\ 9ca9\ 3a5e\ f099\ d3e8\ 3fe0\ c67e\ 31f5\ 77dd\ ccf1\ 8287.$

$q = fef3\ 6abf\ 2aa7\ 1c0b\ ca24\ efe2\ fb28\ 3366\ 1fb9\ 266f\ 9046\ 3c78\ aa54\ 4a7c\ e2d8\ 9e56\ 071e\ 42db\ 00b3\ c87e\ dc89\ 563a\ 02fb.$

公开模数  $n$  为 768 比特长。

$n = f755\ 3ef8\ 611b\ c569\ 0a2e\ 4d13\ 801a\ 94be\ 4dc8\ fe2d\ da6c\ 6e11\ 586e\ 1941\ 81fb\ 96bf\ dc09\ 4d04\ edbe\ ed1d\ 22ce\ 1fae\ 689b\ a233\ 3298\ 7fd7\ 9ef8\ 715f\ 1f5a\ 5eb4\ b41f\ 45ea\ fcc5\ 4f32\ 5f21\ 5135\ 2930\ 8ff9\ d8cd\ 5738\ 3801\ fec9\ 7b51\ f50f\ 8192\ b0el\ c066\ 085d.$

$k_s = 767$

认可机构的私有认可指数  $u$  为最小的正整数满足： $uv + 1$  是  $\frac{\text{lcm}(p-1, q-1)}{2}$  的倍数。

$u = leea\ a7df\ 0c23\ 78ad\ 2145\ c0a2\ 7003\ 5297\ c9b9\ 1fc5\ bb4d\ 8dc2\ 2b0d\ c328\ 303f\ 72d7\ fb81\ 29a0\ 9db7\ dda3\ a459\ c3f5\ cd13\ 7446\ 2769\ 68ea\ 2f97\ 1df6\ 2b4f\ 75a0\ 608e\ 8471\ ae38\ da4c\ 4d97\ 0fb9\ e817\ 6486\ be34\ e740\ 1552\ 443c\ 5f12\ c5bb\ b0e3\ cb8f\ 53a7\ 505b.$

$m = 8, t = 3$

##### C.1.1.2 身份选择

标识数据由  $m=8$  部分的序列组成。这些身份数据使用串‘AlexAmple’并以一个 16 比特字段数字为后缀构成。

$$I_{A1} = 416c\ 6578\ 2041\ 6d70\ 6c65\ 0001$$

$$I_{A2} = 416c\ 6578\ 2041\ 6d70\ 6c65\ 0002$$

$$I_{A3} = 416c\ 6578\ 2041\ 6d70\ 6c65\ 0003$$

$$I_{A4} = 416c\ 6578\ 2041\ 6d70\ 6c65\ 0004$$

$$I_{A5} = 416c\ 6578\ 2041\ 6d70\ 6c65\ 0005$$

$$I_{A6} = 416c\ 6578\ 2041\ 6d70\ 6c65\ 0006$$

$$I_{A7} = 416c\ 6578\ 2041\ 6d70\ 6c65\ 0007$$

$$I_{A8} = 416c\ 6578\ 2041\ 6d70\ 6c65\ 0008$$

### C. 1. 1. 3 认可产生

$J_{A1} = 5341\ 276c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e301\ 9301\ 276c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e301\ 9341\ 276c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e316.$

$C_{A1} = 79b7\ 7f76\ b264\ a2e0\ bc4c\ e8f9\ f29a\ 2175\ 99b4\ 2567\ 6dda\ 9360\ 228b\ ede5\ 748a\ d735\ b2e9\ bcf8\ de99\ 6c8a\ 87db\ f920\ 26f4\ b81e\ f97f\ 2b18\ e50c\ 526b\ 2a40\ f619\ 7d72\ d7da\ 7d2e\ a641\ 2c2a\ fd97\ df62\ dfc4\ 56eb\ b043\ 8a99\ 1880\ 8749\ 387a\ 4a52\ 4a78\ 5049\ 4be6.$

$J_{A2} = 29a0\ 93b6\ 1232\ f83c\ 2f10\ 49a0\ 9536\ ff38\ 13b6\ 1232\ f700\ 7281\ 49a0\ 93b6\ 1232\ f83c\ 2f10\ 49a0\ 9536\ ff38\ 13b6\ 1232\ f700\ 7293.$

$C_{A2} = 41fb\ 8c2e\ c141\ 60fc\ 896b\ 1f36\ d68a\ 4f8e\ 7a31\ 1226\ 31e2\ 28ea\ 568e\ c98e\ b09a\ 0e88\ 3500\ 21c1\ 8ac6\ f81a\ 9f29\ e8d2\ 25b0\ 8795\ 40b8\ 1791\ e0ff\ 0cab\ 4aca\ 6e7c\ e17d\ c59c\ bc7e\ c931\ 9d92\ bebe5\ 8433\ 111e\ 14fd\ f601\ 6494\ 536f\ 2bc9\ c692\ alf0\ 1da5\ bd5d\ 8b90.$

$J_{A3} = 03c1\ c485\ 28ac\ 5b9b\ 639a\ 0123\ c093\ 6f2e\ d642\ 89e2\ 799a\ a434\ 2377\ 92d3\ 3ef2\ d055\ 2cd8\ 3cfc\ 68ea\ 6a70\ e310\ 1e72\ 5724\ 9c92\ 48e9\ fd19\ 7ff1\ d126\ 4c62\ 2ba8\ 8cac\ f99f\ daed\ 0adc\ e206\ 7e29\ 9dd9\ 0a15\ 3868\ 5d3b\ 396a\ af56\ 0332\ fc84\ 46d0\ 2ab5\ 69fa\ 6cc6.$

$J_{A4} = 5341\ 276c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e904\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e904\ 9341\ 276c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e946.$

$C_{A4} = 0e78\ 7f7e\ d61e\ 0934\ celd\ 5c30\ e3d8\ 7e50\ def0\ f339\ 06ff\ cadb\ ac33\ fecd\ 95c4\ 8579\ d651\ 33fe\ 1bd6\ 963a\ 8ale\ 56c5\ d318\ a94c\ fdab\ 5c27\ 9a61\ 25c5\ 07ed\ d1da\ 4aec\ a673\ 47cc\ 78f6\ 6a2b\ a671\ e432\ 5d94\ 3b18\ adle\ a2f2\ f51e\ 2301\ 5070\ ede3\ fd92\ 1ea2.$

$J_{A5} = 29a0\ 93b6\ 1232\ f83c\ 2f10\ 49a0\ 9536\ ff38\ 13b6\ 1232\ f700\ 7202\ c9a0\ 93b6\ 1232\ f83c\ 2f10\ 49a0\ 9536\ ff38\ 13b6\ 1232\ f700\ 7202\ c8a0\ 93b6\ 1232\ f83c\ 2f10\ 49a0\ 9536\ ff38\ 13b6\ 1232\ f700\ 722b.$

$C_{A5} = 2be9\ 2edd\ 3b6c\ 4977\ ffe7\ 3b6f\ d0c9\ 1835\ 1b04\ 2b0a\ 33b9\ 7fbl\ d407\ 724c\ 5035\ a335\ 109e\ 791f\ a4b7\ 03f2\ d8be\ 9a8e\ 031e\ bad6\ 7175\ 90c7\ ad03\ 9250\ 9f4b\ 177b\ 40f6\ 0653\ 9eb7\ 6d1d\ 49e8\ 949e\ bcl2\ 989f\ ad28\ 675e\ 8dd2\ eb59\ e5fc\ 4703\ 2ef1\ b9a1\ da84\ b8d1.$

$J_{A6} = 5341\ 276c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e206\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e206\ 9341\ 276c\ 2465\ f078\ 5c20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e206\ 9141\ 276c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e266.$

$C_{A6} = 1ae7\ 264d\ 6b92\ 9c8d\ 3131\ 5411\ e0b0\ 65c1\ 9ac2\ c815\ afdc\ 92bd\ 26e8\ 2281\ 8ce8\ d9b0\ bde2\ b895\ a267\ f6cb\ 226e\ 3898\ fed6\ fac0\ 1865\ 66f0\ 9bed\ 5992\ b882\ 02c1\ 2df7\ e903\ 3849\ 4881\ 8570\ 298d\ 8df1\ 27c4\ 4758\ f769\ ccf4\ a6ce\ 2303\ 3fb0\ b130\ 17c9\ 8eb7\ 7db4.$

$J_{A7} = 5341\ 276c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ ef07\ 9341\ 276c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ ef07\ 9341\ 276c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ ef07\ 9141\ 276c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ ef76.$

$C_{A7} = 496f\ db6e\ e535\ 0180\ 1c86\ 6610\ 8769\ f225\ 4631\ 6b07\ 0267\ d57d\ 7613\ f42c\ 70e1\ 0d39\ 256f\ 5c60\ 3d22\ 7f28\ 5401\ 0d42\ 05d3\ eabl\ f795\ b386\ 5595\ 4234\ 7f8a\ 3ce0\ b483\ 8d7f\ 0c7f\ 0cf2\ dea6\ f895\ 277a\ a2f5\ 1732\ e854\ 8f44\ d31a\ e502\ ad03\ 7194\ 0d65\ ab07\ c55d\ c85f.$

$J_{A8} = 29a0\ 93b6\ 1232\ f83c\ 2f10\ 49a0\ 9536\ ff38\ 13b6\ 1232\ f700\ 7004\ 49a0\ 93b6\ 1232\ f83c\ 2f10\ 49a0\ 9536\ ff38\ 13b6\ 1232\ f700\ 7004\ 48a0\ 93b6\ 1232\ f83c\ 2f10\ 49a0\ 9536\ ff38\ 13b6\ 1232\ f700\ 7043.$

$C_{A8} = 4892\ 3caa\ be40\ 0643\ ce8a\ 24ab\ le48\ 5876\ ae94\ 9ael\ a465\ ced2\ a59e\ 63d2\ fd37\ 044b\ 202e\ 1543\ 64db\ 38b5\ d16a\ b675\ 2401\ 98be\ 23cl\ ba7c\ ca8a\ 0058\ 4ae9\ e637\ f70a\ a640\ clab\ 1alb3\ 2f5a\ 3a35\ 7e75\ 7df4\ 04e3\ offb\ 8203\ 0b5c\ 986a\ 131b\ 1aa7\ b37b\ 2c04\ 4dbe.$

## C. 1. 1. 4 鉴别交换

鉴别程序重复  $t=3$  次。

迭代 1:

步骤(1):

$r = f637\ 29e2\ 8723\ 3b12\ d7c9\ b048\ 8626\ 7680\ 3880\ f8b8\ 0ba0\ 3497\ 60fe\ 2c2d\ ee4f\ a8ed\ 7860\ 8a3f\ 24f1\ 22f4\ 45d1\ cb18\ 8ef2\ 82c1\ a6ea\ 4453\ c550\ cfcc\ d16f\ ebdb\ add9\ 51ed\ 750e\ d717\ cd83\ 8cd3\ 1cbc\ ce82\ c2e6\ afe4\ 8507\ e66b\ 5417\ 33eb\ d4e1\ 8c94\ e180\ elc6.$

$W = 573c\ 7004\ 78cd\ feac\ 4025\ 20fa\ 7e68\ 8010\ deb9\ 0a10\ 676e\ e59b\ 9074\ 40be\ e961\ 86af\ f988\ 6449\ 1a34\ aa7e\ b741\ laf9\ 3e12\ fd4b\ d9ff\ fc0b\ dfc9\ 5cla\ 3780\ 8b77\ aa8f\ 3170\ e240\ c6ae\ 9d03\ c7d9\ 9acc\ e21b\ f125\ a4f7\ 9f16\ f26d\ e6bf\ dcbb\ 2d6ae\ 6187\ d536.$

步骤(3):

$d_1, d_2, \dots, d_8 = 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1.$

步骤(5):

$D = 415c\ d169\ 1334\ 412a\ be2d\ 6bdd\ d373\ 305f\ 0eed\ f1d2\ f943\ 68e6\ 62cb\ da0e\ 9e46\ 8840\ af85\ 9372\ 8fb5\ 6354\ 3bb5\ 7061\ ff42\ 210d\ 6fbf\ 8232\ 3ef6\ 82a3\ 1956\ 2d57\ 3e06\ 0a6c\ 5c63\ 9762\ a18a\ f0ca\ 12de\ e2bf\ f91d\ c376\ 844a\ 7f14\ 6113\ c6a3\ 269c\ 8211\ 2d62\ cbc5.$

步骤(7c):

$W' = 573c\ 7004\ 78cd\ feac\ 4025\ 4777\ 20fa\ 7e68\ 8010\ deb9\ 0a10\ 676e\ e59b\ 9074\ 40be\ e961\ 86af\ f988\ 6449\ 1a34\ aa7e\ b741\ laf9\ 3e12\ fd4b\ d9ff\ fc0b\ dfc9\ 5cla\ 3780\ 8b77\ aa8f\ 3170\ e240\ c6ae\ 9d03\ c7d9\ 9acc\ e21b\ f125\ a4f7\ 9f16\ f26d\ e6bf\ dcbb\ 2d6ae\ 6187\ d536.$

迭代 2:

步骤(1):

$r = 6d5f\ 2b2f\ 5027\ 39a9\ 177d\ 30f4\ 8d5e\ 1b6d\ 40d4\ eea9\ 35d8\ 3bb4\ 0288\ b447\ 6cdf\ 3f5c\ f0f9\ b714\ 08dc\ eaae\ ff5a\ b380\ c96b\ acb0\ 973b\ 78ab\ 08f6\ d085\ 795d\ 92e3\ 630b\ ffa8\ 59ae\ 1eb5\ 2b52\ 0c5d\ 6030\ fe80\ a4e1\ 1a2f\ ed3d\ 6801\ 5311\ a0ab\ 5018\ 8a73\ f1b6\ 9460.$

$W = 44ce\ 41f4\ 9c42\ ec82\ f5ac\ 5a42\ 03e6\ 6cc5\ bcb6\ f343\ f0db\ 0c07\ 5318\ fc26\ 328f\ 1f07\ 35df\ 653b\ c8bc\ 9bf9\ a6af\ fafe\ 98a5\ 14d6\ 4952\ 1f5b\ claq\ de55\ 721e\ 8950\ 399d\ 7c3b\ cb2d\ ba2d\ ef50\ 5cce\ a17e\ e8ec\ 314a\ 6621\ ccd4\ 5755\ 5136\ b4f6\ fdb6\ ce3d\ 94c9.$

步骤(3):

$d_1, d_2, \dots, d_8 = 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0.$

步骤(5):

$D = 0c84\ 7739\ 615a\ 2c11\ a240\ 6314\ bb0c\ 1bce\ 155f\ b99e\ 7c92\ 8c3d\ 15a8\ ee81\ ea67\ 1f6d\ c2248\ d1c8\ 9c06\ a80f\ b4e2\ a2cb\ d5e3\ 54ca\ b5ba\ 98f6\ f2ac\ elf6\ c160\ dc82\ 8f8e\ db4f\ 2131\ a11c\ 86a0\ 86ba\ 9f74\ e838\ b653\ cd25\ 02cc\ 1877\ led7\ 113c\ 1cb3\ bf19\ 6cac\ 738f.$

步骤(7c):

$W' = 44ce\ 41f4\ 9c42\ ec82\ f5ac\ 5a42\ 03e6\ 6cc5\ bcb6\ f343\ f0db\ 0c07\ 5318\ fc26\ 328f\ 1f07\ 35df\ 653b\ c8bc\ 9bf9\ a6af\ fafe\ 98a5\ 14d5\ 4952\ 1f5b\ claq\ de55\ 721e\ 8950\ 399d\ 7c3b\ cb2d\ ba2d\ ef50\ 5cce\ a17e\ e8ec\ 314a\ 6621\ ccd4\ 5755\ 5136\ b4f6\ b6de\ ce3d\ 94c9.$

迭代 3:

步骤(1):

$r = c50a\ 4b30\ b2ad\ 7b7a\ 26ac\ 6ca5\ 0b2e\ 2d2c\ 0d40\ 1fb8\ 4e6d\ 6d12\ 3fce\ c8f2\ 9f55\ 26cf\ eced\ cbf0\ 184c\ f826\ 5db5\ db87\ a82e\ 9397\ 9fd5\ 9152\ b65a\ fdbd\ f5a2\ c017\ 9781\ 33ab\ 12ec\ f85f\ 5db8\ 9fdb\ 6aa5\ 43b5\ 87b2\ 88f0\ 2963\ 4604\ 9703\ 5838\ 7cb3\ 28bd\ a1a9\ b699.$

$W = 0268\ 2fb9\ c79b\ 2c9f\ bdc3\ 2804\ 6de5\ 9a30\ d3c7\ 0e02\ 01db\ e43e\ 2c09\ 8fde\ f967\ 037f\ 20be\ 354e\ c92d\ 208e\ ecfd\ a688\ 7126\ 58ef\ 28fd\ e27c\ c97b\ 8520\ a408\ 1570\ 0539\ de84\ 632b\ 0ba2\ b899\ 95c9\ 199e\ 9d61\ a0cb\ c036\ 2ed1\ 0a8e\ d566\ 4935\ 98cb\ 7f32\ 038d\ 525d.$

步骤(3)：

$d_1, d_2, \dots, d_8 = 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1.$

步骤(5)：

$D = 3c61\ 982e\ fa0e\ 5c75\ dada\ 504e\ d5e2\ b056\ e3cf\ 80bb\ fad1\ 2925\ 05bd\ 426c\ 952e\ bace\ ffd3\ cdb3\ cb5d\ 2233\ 7128\ 9507\ 81a0\ 464a\ f7cf\ db3e\ dbaa\ f76f\ 2dla\ d3c8\ 7ce2\ 5289\ fe4d\ 87eb\ 9683\ 20ba\ 749a\ 369a\ da50\ 0227\ bd8a\ 8439\ 8e8c\ 5a4e\ 82eb\ 90al\ 0294\ 2448.$

步骤(7c)：

$W' = 0268\ 2fb9\ c79b\ 2c9f\ bdc3\ 2840\ 6dc5\ 9a30\ d3c7\ 0e02\ 01db\ e43e\ 2c09\ 8fde\ f967\ 037f\ 20be\ 354e\ c92d\ 208e\ ecfd\ a688\ 7126\ 58ef\ 28fd\ e27c\ c97b\ 8520\ a408\ 1570\ 0539\ de84\ 632b\ 0ba2\ b899\ 95c9\ 199e\ 9d61\ a0cb\ c036\ 2ed1\ 0a8e\ d566\ 4935\ 98cb\ 7f32\ 038d\ 525d.$

## C.1.2 公开指数为3的例子

### C.1.2.1 参数选择

在这一例子中公开验证指数  $v$  为 3,一个奇数。因此秘密的素因数  $p$  和  $q$  必须满足:

$$\gcd(p-1, v) = \gcd(q-1, v) = 1$$

$p = a0ca\ e977\ 6bc5\ 5a7f\ f591\ 7bc8\ 8164\ 16f9\ 503c\ 16e9\ 0a0c\ 4da3\ b1d3\ d97a\ 1220\ 605e\ 071f\ 1c6f\ 9305\ def5\ 4832\ 0ea3\ 5e76\ 4d45\ 698e\ 9196\ 09a4\ 35f1\ fde4\ 0d7c\ 3146\ 8eb3.$

$q = e349\ 3f5b\ 7808\ aac9\ 6083\ b0b6\ d97d\ 5a57\ d300\ 43c8\ 6416\ 719e\ 2d95\ 7654\ 5f0a\ c7b1\ 4061\ 8232\ 728c\ 7777\ 0fbe\ aac2\ f5f0\ 8238\ 5783\ 91bb\ ceb5\ bele\ cd31\ b043\ be4f\ 75df.$

公开模数  $n$  为 1024 比特长。

$n = 8ec1\ eeac\ da97\ aa8b\ a6e2\ fb76\ 4423\ dc7\ d723\ 2848\ 5219\ c685\ bcef\ f9a8\ f970\ a9b2\ ed4d\ 7dd8\ 64dd\ 162d\ f77a\ a9b8\ 549e\ 7029\ d409\ 9494\ 61af\ 3590\ e5ca\ 6cf4\ 1f5b\ 073d\ b399\ f566\ 0068\ 4ff9\ 60f8\ 8336\ 85a6\ d337\ 84c3\ cade\ c2e9\ 32fe\ alfe\ 9b05\ 85b2\ 8a8a\ 4b02\ 4bdb\ 7d46\ 9b62\ 2657\ b19a\ ade2\ 768d\ 3608\ f0be\ 09bb\ 9d59\ c88c\ 7d3c\ 0eeb\ 1ced.$

$$k_s = 1023$$

认可机构的私有认可指数  $u$  为最小的正整数满足:  $uv+1$  是  $\text{lcm}(p-1, q-1)$  的倍数。

$u = 2f95\ fa39\ 9e32\ 8e2e\ 8cf6\ 53d2\ 16b6\ 9ed\ 47b6\ 62c2\ c608\ c608\ 9781\ e9a5\ 5338\ 5325\ 8de6\ 4f19\ d49d\ 76f4\ 5cb9\ fd28\ e33d\ 718a\ 2563\ 46ad\ dc31\ 75e5\ 11da\ f743\ 79a6\ b51e\ 57be\ ba81\ eedb\ b433\ 6e3a\ ae4b\ c792\ 6397\ 20a2\ 2082\ 7ab9\ c6ec\ d13e\ eb87\ 1912\ 5c2d\ 20d3\ abd5\ e468\ 7d3c\ 16fc\ 9a22\ 52bc\ 1dd3\ e25a\ 7c52\ 4479\ 65cb\ 386d\ a9d2\ 3fd4\ 0a71\ b2c9.$

$$m=5, t=5$$

### C.1.2.2 身份选择

标识数据由  $m=5$  部分的序列组成。这些身份数据使用串“AlexAmple”并以一个 16 比特的字段数字为后缀构成。

$$I_{A1} = 416C\ 6578\ 2041\ 6D70\ 6C65\ 0001$$

$$I_{A2} = 416C\ 6578\ 2041\ 6D70\ 6C65\ 0002$$

$$I_{A3} = 416C\ 6578\ 2041\ 6D70\ 6C65\ 0003$$

$$I_{A4} = 416C\ 6578\ 2041\ 6D70\ 6C65\ 0004$$

$$I_{A5} = 416C\ 6578\ 2041\ 6D70\ 6C65\ 0005$$

### C.1.2.3 认可产生

$$J_{A1} = 766c\ 2465\ ee00\ e301\ 9341\ 276c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e301\ 9341$$

276c 2465 f078 5e20 9341 2a6d fe70 276c 2465 ee00 e301 9341 276c 2465 f078 5e20 9341 2a6d fe70 276c 2465 ee00 e301 9341 276c 2465 f078 5e20 9341 2a6b fe70 276c 2465 ee00 e316.

$C_{A1} = 2f98\ 686f\ a57f\ 0799\ f0a6\ 42dc\ 20ae\ 91f4\ f875\ a346\ a6b8\ e951\ 042e\ 77c6\ 1ad9\ 0a60\ 915d\ 8ea6\ 9dbf\ bec2\ 589f\ 331f\ 26a7\ 0859\ 9ca8\ 27b5\ 5a5c\ b78b\ ee4e\ 07b4\ 9c86\ dd7e\ afea\ 5a4e\ 9b9d\ 068b\ 173d\ a27e\ ebc0\ 78b1\ 8305\ e930\ 48db\ b81e\ 49cd\ 83f0\ e101\ 260a\ 76bc\ 10d8\ 8679\ 5b4c\ b096\ 7943\ 5195\ ea43\ b98b\ 35a4\ c3b1\ eb02\ 8e7c\ 0f54\ 0949\ 67f8.$

$J_{A2} = 676c\ 2465\ ee00\ e502\ 9341\ 176c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e502\ 9341\ 276c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e502\ 9341\ 276c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e526.$

$C_{A2} = 31ca\ f31b\ 374b\ a31c\ ba12\ b38a\ 23e8\ 46c7\ dacl\ 7ead\ 4647\ 34e9\ 8adb\ 781b\ 4c56\ 243\ ced6\ 9ee3\ 6eae\ 0992\ c2af\ 5027\ 5874\ 7b15\ 4f2d\ 723d\ a590\ 593a\ ec39\ 5fb5\ de29\ 7bc5\ 0fab\ laf9\ 7143\ a0d1\ b25a\ b1bc\ 6c7f\ 544f\ 72a9\ 35ec\ 265d\ a54d\ d52d\ c5b6\ cde9\ 58ef\ 583b\ 2dfa\ 5ba6\ 0c05\ 8f11\ 6c9f\ 488e\ d9fb\ 8680\ 112c\ ba35\ aec8\ 7441\ 7aa5\ 8f4b\ 57f5.$

$J_{A3} = 676c\ 2465\ ee00\ e803\ 9341\ 276c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6b\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e803\ 9341\ 276c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e803\ 9341\ 276c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e836.$

$C_{A3} = 2dac\ 4199\ c5c7\ 6a01\ 56bf\ 01f1\ d135\ 2b07\ 3742\ cc23\ 9e43\ eaed\ d6d3\ 0ef9\ 8c17\ 750d\ 0024\ 5099\ 8caa\ 7c76\ 526c\ adc6\ cd78\ 74d9\ 90b3\ bccb\ abc0\ 603f\ 0431\ ae82\ 81f0\ 2d92\ 4c8b\ 3add\ 7eb0\ 2c37\ bca5\ 2ea5\ c740\ 6752\ 0bdc\ 0644\ a64e\ ae8e\ 6690\ 4ac0\ 31af\ cc8d\ ac8b\ 1a4f\ 8c04\ de6a\ bb29\ 3d98\ 7449\ 0a87\ 56e6\ c54d\ 0259\ 07a3\ 136c\ a560\ 3c42\ d0a1.$

$J_{A4} = 676c\ 2465\ ee00\ e904\ 9341\ 276c\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e904\ 9341\ 276c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a\ 6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e904\ 9341\ 276c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e904\ 9141\ 276c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e946.$

$C_{A4} = 10d9\ 1f22\ 933c\ 27c2\ 589b\ b1d0\ 0a27\ 767c\ 1465\ b9de\ 1074\ aaf5\ e845\ 128c\ d422\ 8cb1\ 2688\ 7139\ 2526\ 7d7d\ 6e07\ cf01\ 975e\ aeac\ 9b50\ 9e8b\ 2432\ 06de\ b57c\ 0676\ 5069\ 5ddb\ 2a53\ 419d\ 7703\ 30ca\ f37a\ e3d7\ 148e\ 8dab\ b8c9\ dd68\ 359a\ cb64\ 7d4c\ bbf1\ 156b\ 5aa8\ 49f0\ 7e12\ 3e0f\ d71c\ 853a\ d005\ a36b\ 9bf9\ ee65\ 3e12\ ccl8\ 4faf\ a3b8\ 9ee2\ a121\ 353c.$

$J_{A5} = 676c\ 2465\ ee00\ e405\ 9341\ 276c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e405\ 9341\ 276c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e405\ 9341\ 276c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e456.$

$C_{A5} = 171d\ fc1f\ dcda\ 63b1\ a53c\ 1f8b\ a8a7\ d46c\ 8ced\ c942\ 956d\ 9fea\ 5469\ 61dc\ cc52\ dcd8\ 4821\ 604e\ bde1\ cd25\ d23d\ 7815\ 0bdc\ 85b3\ 7aa0\ b691\ 9609\ 6aae\ 6ca3\ e843\ 5575\ 4eb1\ 2470\ 234d\ 05ea\ 8a46\ 45c2\ fa69\ eaac\ e374\ 78d2\ 7394\ 12db\ 57c7\ 9018\ 6a85\ 8a00\ 8e56\ 732d\ 71f3\ f5ea\ dc8e\ 0988\ 95cf\ 3a50\ cfd8\ e106\ b604\ 2c9c\ 9c07\ c630\ 6e15\ ead4\ e050.$

#### C. 1.2.4 鉴别交换

迭代 1:

步骤(1):

$r = 0fdf\ 125c\ 140e\ 2a4f\ 54d4\ ef3b\ 41a4\ elle\ 7175\ 4f7b\ f003\ 1d01\ 8a51\ 8ac2\ 27be\ 49fa\ 6987\ e987$

ebb1 0ebb dbfd ee1a 9443 7313 fc53 44e0 5238 0a7f 155a 9ad0 70fd e4ef db37 e6fb 1a82 d078 bc73 31a1  
b95b 58e2 3665 ce63 1300 e862 2d52 5552 dd45 fdde e10e f0e5 5d63 106c 0692 5dd8 4b1c ba98 fa0c  
4e57 1a0b 135e c5d2 9659 47bf 7145.

$W = 2935\ 3492\ 54b4\ b32c\ fa87\ b7af\ 0a17\ 12ef\ 568b\ c5b9\ 593d\ f8a6\ 2972\ b911\ 18c1\ 9d2e\ 5cee$   
 $57a5\ 1318\ d878\ e829\ e9e7\ 0306\ f482\ e81f\ 57e4\ e18d\ d71d\ 5312\ a0a7\ 3539\ 971a\ e02f\ 46b4\ 1e8a\ 456e$   
 $9260\ 4090\ 8018\ 9c7a\ dfea\ d147\ d75c\ 2aea\ 143e\ d666\ c3b4\ 3993\ 616b\ f040\ c310\ 7baf\ 4584\ c2e7\ ec50$   
 $b8b2\ 040d\ c803\ 19c4\ 4faf\ 7b00\ b3b0\ 67ab\ 8ee2.$

步骤(3)：

$d_1, d_2, \dots, d_5 = 2, 1, 2, 1, 2.$

步骤(5)：

$D = 2381\ 3185\ d61b\ 1684\ 1c72\ 8b6d\ eb9e\ 30a6\ 6b7f\ c509\ 3c00\ c5de\ 6194\ 9ba2\ 9721\ a8df\ fe0d$   
 $04e5\ f5c5\ 2e71\ ac97\ b511\ a144\ d4e9\ 7d5b\ 359d\ 1e92\ ffb9\ ca3a\ 2e61\ 42a8\ a0a2\ b3cd\ 22ee\ 1e28\ 5432\ d645$   
 $21d4\ 73f6\ d9b0\ 5765\ 22fb\ 3ea0\ 78ba\ 1ee4\ f70c\ 8d56\ d354\ df85\ a7e3\ 1257\ f9c2\ 2865\ d0e9\ 2f8a\ e587\ 61b0$   
 $4f04\ 4dd2\ 8b74\ cf60\ b332\ d461\ e5c7.$

步骤(7c)：

$W' = 2935\ 3492\ 54b4\ b32c\ fa87\ b7af\ 0a17\ 12ef\ 568b\ c5d9\ 593d\ f8a6\ 2972\ b911\ 18c1\ 9d2e\ 5cee$   
 $57a5\ 1318\ d878\ e829\ e9e7\ 0306\ f482\ e81f\ 57e4\ e18d\ d71d\ 5312\ a0a7\ 3539\ 971a\ e02f\ 46b4\ 1e8a\ 456e$   
 $9260\ 4090\ 8018\ 9c7a\ dfea\ d147\ d75c\ 2aea\ 143e\ d666\ c3b4\ 3993\ 616b\ f040\ c310\ 7baf\ 4584\ c2e7\ ec50$   
 $b8b2\ 040d\ c803\ 19c4\ 4faf\ 7b00\ b3b0\ 67ab\ 8ee2.$

迭代 2：

步骤(1)：

$r = 583e\ 235e\ d777\ a918\ 1d4a\ a2f9\ da89\ a905\ 3e65\ a827\ d573\ c68e\ 73e7\ ce5a\ 61b1\ d135\ 1d6c\ 4236$   
 $df99\ 2cla\ d174\ 588b\ 8e07\ 5f14\ c954\ 44cf\ 3493\ b44e\ 3971\ dadc\ 38e6\ 3a86\ a1c8\ e4dc\ 222e\ 5290\ 86a3$   
 $3301\ cd87\ 5be2\ 3c5b\ d963\ df15\ 3f4b\ add7\ 4ea5\ 3eb5\ f7a5\ 41d3\ 90a0\ 99b3\ 78ad\ 46ac\ 635a\ 3bdf\ 72eb$   
 $959d\ 4elc\ ca8c\ 12aa\ 4a34\ 38ce\ a016\ 556f.$

$W = 2f69\ 40df\ a78e\ 740f\ bf64\ 9f12\ f55d\ 5081\ ab45\ d794\ b08b\ c3f9\ 98e\ d1de\ f793\ 7f93\ 7fa5\ 9b20$   
 $860b\ 9474\ bd0e\ 4874\ 93b4\ ec52\ 6c52\ 6c31\ 7e2f\ c250\ 3a4a\ 4951\ 1b0a\ 9b12\ 8e53\ 80a8\ b58d\ beca\ 35c2$   
 $d633\ 5b80\ f184\ 89fb\ eed9\ b3da\ f95f\ 71b2\ 0eb1\ f6e9\ c4f6\ 2054\ 7eff\ 0ac5\ 97b5\ 7fc3\ 7d89\ e746\ 91d1\ 8417$   
 $440a\ 1d37\ 63fd\ 377d\ 09c7\ 5369\ 5369\ 88c5\ 9389\ d3f3.$

步骤(3)：

$d_1, d_2, \dots, d_5 = 1, 1, 0, 0, 0.$

步骤(5)：

$D = 10bf\ ace9\ 3bc3\ 80e1\ f8a8\ 9229\ f66f\ d7af\ 5819\ d745\ be0b\ 7980\ 8d0f\ 0692\ 2e8f\ bdef\ 8650\ d311$   
 $2269\ eaef\ 7bc2\ a641\ 509d\ 1238\ 148d\ d07c\ ca97\ 3d1a\ 67c5\ e34c\ 50e2\ 9ab8\ 52eb\ 42e7\ e527\ 6eb3\ 6cfb$   
 $18dc\ ec2f\ 6939\ 9461\ 7f05\ 6320\ 94b7\ 8c07\ 87cc\ db53\ 8f85\ d8be\ 6754\ e39b\ 9f2e\ 30cc\ 935f\ c2da\ 97cd\ 60c6$   
 $99ba\ bfac\ 07fe\ 02ea\ 406a\ 613e\ 34ea.$

步骤(7c)：

$W' = 2f69\ 40df\ a78e\ 740f\ bf64\ 9f12\ f55d\ 5081\ ab45\ d794\ b08b\ c3f9\ 98e\ d1de\ f793\ 7fa5\ 9b20\ 860b$   
 $9474\ bd0e\ 4874\ 93b4\ ec52\ 6c31\ 7e2f\ c250\ 3a4a\ 4951\ 1b0a\ 9b12\ 8e53\ 80a8\ b58d\ beca\ 35c2\ d633\ 5b80$   
 $f184\ 89fb\ eed9\ b3da\ f95f\ 71b2\ 0eb1\ f6e9\ c4f6\ 2054\ 7eff\ 0ac5\ 97b5\ 7fc3\ 7d89\ e746\ 91d1\ 8517\ 440a\ 1d37$   
 $63fd\ 377d\ 09c7\ 5369\ 5369\ 88c5\ 9389\ d3f3.$

迭代 3：

步骤(1)：

$r = 170d$  20a2 00f4 7124 fac0 695d 1612 07ce 848a cba5 d1f5 adcb 0abl ae12 6377 4b5a 4eal 48e2 434a 804b e374 6787 a775 29c9 59de c8c5 2952 cade 4d81 3061 6f6d f1ba b7b6 2b24 be92 5cfc 44e6 e2df 2b97 31c2 180f 3b32 c068 ee9f 0b70 88e0 e700 67d9 d799 0622 b329 bea3 c1f3 ff80 e614 3562 794a a065 28e8 61dd fc41 109c 6080 ded0.

$W = 2c81 4f76 98b9 4169 b7c5 14a4 6f3c d9e9 5f7c 7aa1 9de9 9d59 fd42 7d8a 6f96 a45c 345c 823e$   
 $e7ba 6dee 98a0 2c44 34b9 4249 32df 3ef8 4f79 4f8a 69d5 c970 a5f8 f8bc f1f7 4189 56a9 e9aa ae01 7928$   
 $2ccf c1c8 5c75 1a7f a117 6c66 366d 8ee2 ef5d 9145 0aal 18e4 1bcl 6601 373a 1340 72ba adb6 1565 e292$   
 $d826 0047 afb8 0b20 f227 2290.$

步骤(3)：

$d_1, d_2, \dots, d_5 = 0, 0, 1, 0, 2.$

步骤(5)：

$D = 10fc 250c 11ad 61b8 19b1 eaa3 9376 4e22 cfce 7b98 af17 0d1e b74b a5c7 596b dafc f953 7fa6$   
 $c6d7 6fe9 61c1 c7bf 087b eb8d 74d9 ce81 959e f419 1912 927f dalc 04f7 92a6 dd1a 0ca3 7f86 2dc6 c4b9$   
 $331f 69a7 cd46 c7ad 7352 43d4 6223 ba0a c578 aaf4 1443 a413 67e7 5497 47e3 7603 ecad e131 f18a 771c$   
 $edd2 064c 5d56 11a9 7fa1.$

步骤(7c)：

$W' = 2c81 4f76 98b9 4169 b7c5 14a4 6f3c d9e9 5f7c 7aa1 9de9 9d59 fd42 7d8a 6f96 a45c 345c$   
 $823e e7ba 6dee 98a0 2c44 34b9 4249 32df 3ef8 4f79 4f8a 69d5 c970 a5f8 f8bc f1f7 4189 56a9 e9aa ae01$   
 $7928 2ccf c1c8 5c75 1a7f a117 6c66 366d 8ee2 ef5d 9145 0aal 18e4 1bcl 6601 373a 1340 72ba adb6 1565$   
 $e292 d826 0047 afb8 0b20 f227 2290.$

迭代 4：

步骤(1)：

$r = 4224 ff1a 41bc 4bea 93d0 14ec acc1 fa5d 9616 f0fa c12a a029 3f84 a858 f916 13c3 ccef e0d1$   
 $16e5 30fc 4fda 72f5 15ce 5996 e211 fcc8 eeee 0719 84a6 b717 a7be cc05 afd1 8b8e 71ec 2d3f 285c 6d07$   
 $39c6 b4ef 3660 468d c13f 24e8 0ef8 c992 59f0 04c8 996e 9387 99a7 0769 03d7 fd23 9472 3396 6cc0 2ec3$   
 $fc30 33b9 4a8c d1fb 919f 610a.$

$W = 0525 c5ba f6f9 78b1 1fd6 6e86 0de3 ebcd 314e efb0 9ca7 8193 3b2e cb5f 8046 1b46 a87a 727a$   
 $a317 e163 9dc4 2b55 8202 65dd 0f2c ce4d 57fe 84dc 08f5 49ee 896a a897 c29a dab e0c6 78fe 0be5 753d$   
 $0d97 0d99 f3d2 1leef b822 7715 39e7 402d 63da 03d4 b66f 3789 066e 4c36 d025 3466 1b6a e359 f290$   
 $bb21 clfc 01fe 23fb 0135 77d8 0ea9.$

步骤(3)：

$d_1, d_2, \dots, d_5 = 0, 0, 0, 1, 2.$

步骤(5)：

$D = 3559 cda5 4d03 1913 3dca c484 3a3f 9635 86e1 8455 3448 e759 1213 5269 9d8a 5a5d 4c4e$   
 $178e befd 7223 2808 356a 427a 0ble 1681 3ba4 c564 27bf 0c03 1fb9 e35e ebcc 51c3 bfb2 346c 11f6 bc7c$   
 $3dfc d3f5 000d 2614 1ad5 7197 4362 f195 9750 a8ae 5750 f36d fd40 b930 85ca 4600 b753 0e36 9791$   
 $4c87 4860 56a9 ad71 4717 eebc 3dc3 633e.$

步骤(7c)：

$W' = 0525 c5ba f6f9 78b1 1fd6 6e86 0de3 ebcd 314e efb0 9ca7 8193 3b2e cb5f 8046 1b46 a87a$   
 $727a a317 e163 9dc4 2b55 8202 65dd 0f2c ce4d 57fe 84dc 08f5 49ee 896a a897 c29a dab e0c6 78fe 0be5$   
 $753d 0d97 0d99 f3d2 1leef b822 7715 39e7 402d 63da 03d4 b66f 3789 066e 4c36 d025 3466 1b6a e359 f290$   
 $bb21 clfc 01fe 23fb 0135 77d8 0ea9.$

迭代 5：

步骤(1)：

$r = 0d2c\ cc3f\ 814b\ a506\ 7753\ 4948\ 8ba7\ c8de\ 8a06\ 8da8\ 2eba\ 8b9f\ fc7e\ ab4f\ f439\ 8317\ 91b0\ 2700\ 28c8\ c170\ e8ec\ 16ca\ f279\ 08ba\ de15\ 912f\ dbf4\ 0562\ 0b1d\ f95b\ b16e\ b24a\ 2b46\ e0d7\ e466\ c636\ 684b\ e07d\ d57f\ c67b\ e66d\ b1b6\ af88\ d873\ 047a\ 94c1\ belc\ 639f\ 2426\ efb5\ 614b\ fbeb\ 00c4\ d6af\ 0d14\ 0ac5\ d54f\ c632\ f933\ 80e6\ e94d\ 5a35\ 675f\ fa6d.$

$W = 23d8\ 0778\ c35c\ eccb\ b47f\ 8d83\ 881d\ 5e18\ dfb8\ a4e7\ eeaf\ e9c8\ af80\ ef7b\ e6c0\ a9b5\ 3d3c\ a4f3\ 524b\ f72c\ 18b6\ edb7\ ba71\ 4523\ 9d48\ 4463\ a817\ 9f18\ 83cf\ 71e9\ 96dc\ da61\ 58a2\ 3936\ 91bf\ 133b\ fdfe\ e906\ b713\ 64b6\ cdef\ 8446\ 2be2\ 8634\ 67d0\ 0f78\ 7a67\ 9ba4\ b42f\ 92d1\ ea7d\ 8c5e\ bf9\ 8b7f\ d049\ 3907\ 61a8\ 1300\ a9d1\ 4e18\ cf4b\ dc08\ 064a\ ddcb.$

步骤(3)：

$d_1, d_2, \dots, d_5 = 0, 1, 2, 1, 0.$

步骤(5)：

$D = 1061\ f560\ 095a\ f8d8\ 81ae\ 7844\ aa56\ 62cd\ d651\ 4c40\ 4f1a\ 4cb1\ ebc3\ 0672\ 7ccc\ 4c10\ 0ded\ 8447\ e1b0\ 5611\ 7135\ 78f3\ 86fd\ 6251\ 59ef\ 5755\ c26f\ 7780\ 9fa9\ a601\ d059\ b755\ 4ccf9\ bfa8\ f491\ 6ce4\ 96c1\ c082\ c9d9\ 8622\ b035\ 4341\ 3171\ fa8c\ 6be3\ c07a\ 418c\ b828\ 02f3\ 05a2\ 6998\ 40dc\ a632\ ef9c\ a5a8\ c9b3\ e81e\ 902d\ 6699\ 4c00\ 4efa\ 3ce2\ 766d\ 42cl.$

步骤(7)：

$W' = 23d8\ 0778\ c35c\ eccb\ b47f\ 8d83\ 881d\ 5e18\ dfb8\ a4e7\ 33af\ e9c8\ af80\ ef7b\ e6c0\ a9b5\ 3d3c\ a4f3\ 524b\ f72c\ 18b6\ edb7\ ba71\ 4523\ 9d48\ 4463\ a817\ 9f18\ 83cf\ 71e9\ 96dc\ da61\ 58a2\ 3936\ 91bf\ 133b\ fdfe\ e906\ b713\ 64b6\ cdef\ 8446\ 2be2\ 8634\ 67d0\ 0f78\ 7a67\ 9ba4\ b42f\ 92d1\ ea7d\ 8c5e\ bf9\ 9b7f\ d049\ 3907\ 61a8\ 1300\ a9d1\ 4e18\ cf4b\ dc08\ 064a\ ddcb.$

### C. 1.3 公开指数为 $2^{16} + 1$ 的例子

#### C. 1.3.1 参数选择

在这个例子中公开验证指数  $v$  为  $2^{16} + 1 = 65537$ , 一个奇数。因此秘密的素因数  $p$  和  $q$  必须满足：

$$\gcd(p-1, v) = \gcd(q-1, v) = 1$$

$p = b843\ ab40\ c311\ 80cd\ 1063\ f5d6\ 2158\ bc6d\ 9c93\ b2fc\ 1def\ 7dfd\ 3152\ a695\ 89d9\ 4a80\ 1000\ bfee\ fb62\ 7312\ 5552\ 2138\ 61d2\ 39a1.$

$q = a8a1\ c635\ 9063\ d197\ 15a0\ 8e5f\ cd38\ d6f2\ 3530\ dde0\ 7359\ 2a67\ 1d02\ e72a\ bb8e\ 8be2\ 599e\ 5bc8\ ab53\ c780\ 7d5e\ 9fd8\ f680\ 5f79.$

公开模数  $n$  为 767 比特长。

$n = 7960\ d99c\ 1822\ 9f2c\ 2607\ 75d2\ 2eae\ 9941\ 6942\ b3e8\ f5ad\ c612\ cd3f\ c529\ 70ed\ a698\ 0ba2\ 6388\ 08bd\ b5cb\ c048\ d53a\ 82d4\ ac95\ b166\ 9c43\ 4135\ d7fc\ 19e2\ 022e\ a465\ 6bcc\ ee9b\ 7dba\ d90e\ 1125\ 91a2\ 1a66\ 1494\ f4f6\ e2b5\ ce43\ 3b6a\ f390\ 79a0\ 2b48\ c63f\ fc19.$

$$k = 766$$

认可机构的私有认可指数  $u$  为最小的正整数满足： $uv+1$  是  $\text{lcm}(p-1, q-1)$  的倍数。

$u = 02f8\ d0c5\ e0fe\ bd5a\ fd60\ b80d\ 24c0\ cdab\ d657\ 4b19\ clcf\ 8c1c\ 05be\ 86a5\ ff1d\ 3289\ 0d2f\ e009\ 57fd\ 727d\ 6cab\ 3138\ f989\ c4e2\ aald\ f4dd\ a901\ f518\ c560\ 7fa7\ 1ea7\ 4893\ 535e\ 1d2a\ a178\ 949a\ 0c25\ cc59\ 25a6\ 25d6\ 337e\ 24c7\ af7a\ 6fff\ 6d42\ f61c\ d3ff\ 8dff.$

$$m = 1, t = 1$$

#### C. 1.3.2 身份选择

标识数据由  $m=1$  部分的序列组成。这些身份数据由串“AlexAmple”并以一个 16 比特字段数字为后缀构成。

$$I_{A1} = 416c\ 6578\ 2041\ 6d70\ 6c65\ 0001$$

### C. 1.3.3 认可产生

$J_{AI} = 3341\ 276c\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e301\ 9341\ 276c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e301\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e301\ 9414\ 276c\ 2465\ f078\ 5e20\ 9341\ 2a6d\ fe70\ 276c\ 2465\ ee00\ e316.$

$C_{AI} = 2c61\ c981\ f375\ ed78\ 5a4e\ 9939\ e054\ c63a\ 3809\ 8f2f\ f525\ ed20\ 2d4e\ 0a65\ f7af\ 7548\ 80ce\ 954f\ 8f15\ ale0\ bb73\ 9cbb\ 815c\ 5970\ 4f1c\ 4e3e\ 7552\ dd1c\ 4966\ d352\ 1992\ 149d\ f30c\ be32\ d1c7\ 569b\ 40e4\ 8b7d\ b558\ b003\ 95b8\ 2ecl\ cle6\ 3ed3\ cfd9\ abe0\ 22de\ 827c.$

### C. 1.3.4 鉴别交换

迭代 1:

步骤(1):

$r = 3a2c\ 36ef\ 335d\ b967\ a76d\ b60f\ 7ad0\ a6ea\ 518a\ face\ 23d1\ 5ef3\ 3ead\ 46e\ 89af\ aa30\ 7a57\ b5eb\ elf5\ b4aa\ 952e\ 125b\ 18be\ ac2f\ 245d\ f716\ 45e5\ baee\ 9c5c\ 2750\ 4a76\ 92ac\ 0a45\ bdd6\ 89a1\ 322f\ 6fa6\ 46d9\ e18d\ deb9\ c94\ e791\ 50cf\ 0776\ 104b\ 6f1d\ e369\ 977a.$

$W = 22b6\ a130\ b77d\ 5ace\ b6e6\ d55f\ 3eab\ d710\ cd08\ 184d\ df53\ 6cd1\ 0372\ b0da\ 7f34\ 97cf\ 9355\ 87c1\ c877\ f58b\ ddd6\ 5595\ ec51\ 1elf\ 7da2\ 5677\ a22a\ 9e3d\ 6f45\ 23cf\ 19cf\ 1927\ acle\ 76ff\ 6614\ 0d46\ 9f2d\ 44de.$

步骤(3):

$d_1=003d$

步骤(5):

$D = 1749\ 15ce\ a8cf\ cabb\ 678b\ 32d2\ c8fa\ 636e\ cdca\ 7918\ f47f\ b631\ 7741\ e35e\ d84f\ 9257\ bcd0\ b8f6\ 27bc\ 7db4\ b852\ 032b\ 8dea\ 028c\ 3681\ a15c\ fedc\ ede8\ 8094\ 77c1\ bec8\ def4\ c768\ c78e\ 05f4\ 327e\ c58c\ e0f7\ 8229\ 8616\ f15f\ 819b\ 819b\ 746d\ 0efb\ 4747\ 9581\ b39d.$

步骤(7c):

$W' = 22b6\ a130\ b77d\ 5ace\ 0eaf\ b6e6\ d55f\ 3eab\ d710\ cd08\ 184d\ df53\ 6cd1\ 0372\ b0da\ 7f34\ 97cf\ 9355\ 87c1\ c887\ 072d\ e166\ c09f\ 6f3e\ 1b21\ 4952\ 6be0\ 6be0\ 774c\ e4fb\ a38f\ f58b\ ddd6\ 5595\ ec51\ 1elf\ 7da2\ 5677\ a22a\ 9e3d\ 6f45\ 23cf\ 1927\ acle\ 76ff\ 6614\ 0d46\ 9f2d\ 44de.$

## C. 2 基于离散对数的机制

### C. 2.1 使用 768-bit 的 $p$ , 128-bit 的 $q$ 和 RIPEMD-128 的例子

#### C. 2.1.1 参数选择

此例使用一个 768 比特的素数  $p$ , 一个 128 比特的素数  $q$  ( $p-1$  的一个素因子), 并以 RIPEMD-128 作为散列函数。

768 比特的素数  $p$ :

$p = d716599e\ b22836ac\ fb221d0a\ f4c66b16\ e3dceae\ a73a17fb\ aaa33c07\ 6cf3571f\ 54d89d49\ 38d7c311\ e24b98f1\ e510599d\ b53f7387\ 0d2acf2f\ 8fbfb267\ c1df4fe3\ 2e8a04e4\ 14125c5f\ d6d8efd7\ 8c5f1563\ 4288cd6a\ 0caaef4cd\ 3cf44434\ d7ea8134.$

128 比特的素数  $q$ , ( $p-1$ )<sup>1)</sup>的一个素因子:

$q = a73a17fb\ aaa33c07\ 6cf3571f\ 54d89d49.$

$Z_p$  中阶为  $q$  的元素:

$g = 5c7af3fa\ beff6338\ f3137b85\ a83e557b\ 49135e47\ ba7ed438\ e34b1fa0\ af8c2651\ 15cf8b2f$

1)  $p$  被选择以便  $q$  的拷贝被嵌入到  $p$  内。在存储空间和/或通信带宽非常珍贵的情形下, 这种选择  $p$  的方法是有用的。

3c924b33 0addf043 10ee6c41 a378541f 69a370dc b09ff898a f3204864 8a8433be cdb55d5d 6cd8c85d  
b6f3a645 0df8b209 1a674d77 cdee3e1e 86d4fb93.

### C.2.1.2 密钥选择

实体 A 的 128 比特私有密钥：

$$z_A = f1d4e85a eff74310 53adcae0 a9c155ce.$$

实体 A 的 786 比特的公开验证密钥 ( $y_A = g^{z_A} \bmod p$ )：

$y_A = 813eba80$  bdbfdc78 15d09f74 ec21ela6 4bd1a3c6 7a2591b2 44d53e2b 0c4dcb54 d5e2a8db  
411e7c04 566d2671 12e72695 4a3c7699 a304255e fc58390c b0566240 66ee9d2b 131ebbc4 7217f973  
86dcab2b d4fb246c a2b5da9d 80954a65 4ff6f3c6.

### C.2.1.3 鉴别交换

步骤(1)：

实体 A 选择一个随机数  $r$ 。

$$r = 868b4b13 017364b7 e7dda29e cda55473.$$

$$W = g^r \bmod p$$

= 6ae62a6 d172be24 85830f5c c1524f4c a23172a8 c8691011 759ff63d7 86b1a7d7 a6809f43 512f42c6  
a6a444d6 a437f62f 02881f99 6e3638b0 93f6da41 cd4860e2 fb856e58 8af85ad852 c5f90648 915498bc  
d47fe84a 621c7bf3.

步骤(2)：

$$h(W) = f084606b 90de79de7902 2bb16d2f 31996976.$$

实体 A 发送  $h(W)$  给实体 B (TokenAB<sub>1</sub> =  $h(W)$ )。

步骤(3)：

实体 B 随机选择整数  $d$ 。(此例使用一个 16 比特的  $d$ 。)

$$d = d47c$$

步骤(4)：

实体 B 发送询问  $d$  给实体 A。

步骤(5)：

实体 A 计算响应  $D = r - dz_A \bmod q$

$$D = 1edee4bc 1667f13a 7cbf9d28 c5a356ea$$

步骤(6)：

实体 A 发送 TokenAB<sub>2</sub> =  $D$  给实体 B。

步骤(7)：

实体 B 检查  $0 < D < q$ ，并计算  $W' = (y_A)^d g^D \bmod p$ 。

$(y_A)^d \bmod p = 6e6f703d ace31e6f 335f556b 42b24a6d 21771d60 2fa448be b74ae11d 3d63ff2f  
cef2452 1417d470 04839f4a b15e91fa 72bbebf8 9b9c4b41 8c0c6a2d ef4a40e1 9a4a629c 32e63a0e  
fb03ec80 d55efeb8 173c6b26 58d28216 3be0ca6a 2d90cae6.$

$g^D \bmod p = 8e249ba6 f0e2f8a 156c0851 0bf23a2f 3408b9c0 7ec733cc dcfe78cf ca3bf160 7217be06  
ecd9abc5 a392c7e7 482307c 2e7c310a b26523a7 af58361c a685c3bb lcd38f91 15479dbl cf38f7c8  
852a4644 14cd936 797e6883 7106bc6 d1bbbeaf1.$

$W' = 6ae2a6 d172be24 85830f5c c1524f4c a23172a8 c8691011 759ff63d7 86b1a7d7 a6809f43  
512f2c6 a6a444d6 a437f62f 02881f99 6e3638b0 93f6da41 cd4860e2 fb856e58 1a2cafed 8af85e6c  
856ad852 c5f90648 915498bc d47fe84a 621c7bf3.$

如果  $h(W') = h(W)$ ，那么对实体 A 的鉴别完成。

## C.2.2 使用 1024-bit 的 $p$ , 160-bit 的 $q$ 和 SHA-1 的例子

### C.2.2.1 参数选择

此例使用一个 1024 比特的素数  $p$ , 一个 160 比特的素数  $q$ ( $p-1$  的一个素因子)和 GB/T 18238.3 的第 9 章中所说明的专用散列函数 3(也即 SHA-1)作为散列函数。

1024 比特的素数  $p$ :

$p = ea9b8f92\ 26d7b2f6\ 729122ef\ 53ce81e2\ 687acf40\ a7db660e\ ba5e4daf\ cb0ebc3a\ ccb15c36\ 896f67f0\ 703e7c69\ afc4c24b\ 221a8968\ 5cdcfb3e\ 086d8f95\ 702ebfc5\ 8e4170a2\ e10df7b5\ 2bf8f015\ c5a689ca\ 48df291b\ e796c443\ f5e7ad19\ 8c159f0a\ ba9d962e\ 60d34840\ 77b5993e\ 48bbc3ed\ fef5f54c\ ac-de46e\ 69a3f1f6\ 1ae08af9.$

160 比特的素数  $q$ ,  $(p-1)$ <sup>1)</sup>的一个素因子:

$q = cb0ebc3a\ ccb15c36\ 896f67f0\ 703e7c69\ afc4c24b$

$Z_p$  中阶为  $q$  的元素:

$g = 26324f69\ 934e\ 6733\ c66367a5\ af5a08d8\ 455a5125\ 29882857\ b20083e8\ f72420a9\ 1f16a377\ 6dc612ff\ e652a2dd\ 05d51441\ 5f52c591\ e8aa3127\ 8309ce2b\ ca9e5b73\ 5e8cc526\ 0dc1608d\ 91f32a8d\ 31265adc\ f2f2ff5f\ a4a786ef\ 25086bdb\ 061355cd\ 96ea33f6\ 429aef56\ bc0c0aba\ db1ec3e0\ b1140687\ d60678c6\ 205c7f6d\ 6a236f87.$

### C.2.2.2 密钥选择

实体 A 的 160 比特的私有密钥

$z_A = 87146299\ 068b4b13\ 017364b7\ e7dda29e\ cda5547e.$

实体 A 的 1024 比特的公开验证密钥( $y_A = g^{z_A} \bmod p$ ):

$y_A = 819b36e6\ 62ddc4af\ 146dcf3a\ f888d61b\ 560ea5ea\ 8bb368f7\ 0e822e95\ ef5e45c6\ 68b98732\ 725d29dc\ 21bf1394\ 29d95de2\ 98a6d595\ 9a7188c3\ ab4b5d6d\ 20cal9e\ d6bc4d7a\ d23a4e3b\ 48cbe4ac\ da28d927\ 922c85ff\ db7e1f59\ 71a17dd5\ dc68725c\ 32cf50f0\ be5d8a73\ f93bf113\ 1c55bf51\ 35b314be\ 5067fd31\ 9867041d\ 4c96e5cf.$

### C.2.2.3 鉴别交换

步骤(1):

实体 A 选择一个随机数  $r$

$r = 87146299\ 068b4b13\ e7dda29e\ cda5547a.$

$W = g^r \bmod p$

$= 397ad6f9\ b435b01b\ 4c43a2d1\ 008ddade\ 1a086c2f\ 0ea25134\ ff5a8653\ a374dfbf\ 47f1a543\ fbb58232\ 0357ccel\ 33aeb861\ 6aebd4b7\ 65dea271\ 0dff3a09\ 7c40602b\ 7e719499\ 0e9c7717\ 0ce73286\ 930e9e27\ f8053b28\ d2c80fd2\ ec529839\ 27f34f46\ bb9842b0\ bd9c6405\ 1b2c58d8\ c5cdcc50\ 69c4a430\ d0f93cd0\ 6f2f75f3\ 298684f6.$

步骤(2):

$h(W) = d3cf43cd\ 80f2525d\ 360bf266\ d11590de$

实体 A 发送  $h(W)$  给实体 B ( $\text{Token}_{AB_1} = h(W)$ )。

步骤(3):

实体 B 随机选择整数  $d$ 。(此例使用一个 40 比特的  $d$ 。)

$d = a2\ cda554a6$

步骤(4):

1)  $p$  被选择以便  $q$  的拷贝被嵌入到  $p$  内。在存储空间和/或通信带宽非常珍贵的情形下,这种选择  $p$  的方法是有用的。

实体 B 发送询问  $d$  给实体 A。

步骤(5)：

实体 A 计算响应  $D = r - dz_A \bmod q$

$D = 354bf25c\ 5f0e8cca\ f2aea2b9\ 7716a2d5\ cb8ceb7e$

步骤(6)：

实体 A 发送 TokenAB<sub>2</sub> = D 给实体 B。

步骤(7)：

实体 B 检查  $0 < D < q$ , 并计算  $W' = (y_A)^d g^D \bmod p$ 。

$(y_A)^d \bmod p = d95931d9\ 4ecd8e38\ 0993cf3d\ 9ab03767\ abc0a08b\ 69a82166\ 83f73785\ b940610f\ 9293ee53\ be9e717f\ 6fd6a9be\ f7b0c140\ 1f374427\ 86856c96\ c168f499\ 86800ecc\ 91f12765\ be056ecb\ 7d03ce6b\ 4334a4b1\ 29cd1829\ 6705f4a6\ 105752e9\ 31190fe4\ la65c010\ be4537f7\ 6913d471\ 50441aab\ 387a7e55\ 86e1debd\ 6343703f\ fd0eeeef7.$

$g^D \bmod p = c40924be\ 47db63b6\ c48734a5\ dd2f8a01\ dc6c08ed\ 6cbfed2a\ 81b64230\ fbbde7f8\ fbdd-bd3e\ e64d6887\ 014b5b0a\ 78c0d111\ c6550c01\ 01f00536\ 304bc91d\ 7efe0c1e\ f9dede7b\ 004534e0\ 74347241\ b430ba21\ bd1c2f93\ 903860b7\ d1a14716\ cc541c51\ ade947ef\ 827e6a27\ 78d67db6\ 2b4db4ba\ 918ef0f8\ 7ccca628\ 25988779.$

$W' = 397ad6f9\ b435b01b\ 4c43a2d1\ 008ddade\ 1a086c2f\ 0ea25134\ ff5a8653\ a374dfbf\ 47f1a543\ fbb58232\ 0357cce1\ 33aeb861\ 6aebd4b7\ 65dea271\ 0dff3a09\ 7c40602b\ 7e719499\ 0e9c7717\ 0ce73286\ 930e9e27\ f8053b28\ d2c80fd2\ ec529839\ 27f34f46\ bb9842b0\ bd9c6405\ 1b2c58d8\ c5cdcc50\ 69c4a430\ d0f93cd0\ 6f2f75f3\ 29864f6.$

如果  $h(W') = h(W)$ , 那么对实体 A 的鉴别完成。

### C.3 基于可信公开变换的机制

#### C.3.1 使用 767-bit 的 RSA 和 RIPEMD-160 的例子

##### C.3.1.1 参数选择

此例使用 RSA 作为非对称加密系统的算法, GB/T 18238.3 的第 7 章中所阐述的专用散列函数 1 (也即 RIPEMD-160) 作为散列函数。

我们假设 A 使用 767 比特的 RSA 模数  $n = pq$ , 一个公开的 RSA 指数  $e$  和一个私有的 RSA 指数  $s$ , 其中:

$p = cef2\ 8973\ ddff\ 2ad1\ ba38\ 4a98\ 71e0\ 7de1\ d8ad\ 973f\ e2e1\ 2d6d\ 357c\ 19b2\ 7304\ 79b6\ 5c7e\ 6369\ 9a25\ bb49\ 9f41\ e7de\ 0f6f\ a105.$

$q = 9327\ da68\ 0aa9\ a22f\ 201b\ 429a\ acf1\ de30\ 382f\ cb01\ cf3d\ 6b4b\ 85a1\ fa3c\ f851\ 4738\ 5100\ 09ee\ 7dad\ 2b4c\ 4673\ 0971\ a417\ 41ad.$

$n = 76f5\ 7c6f\ 1d53\ 742a\ 45a2\ adad\ b9ca\ 6f4c\ eb1c\ 2317\ 6b02\ 9967\ 9ba4\ 3305\ 2c42\ 3146\ 44a3\ 9a79\ 5b57\ 5979\ 0685\ 8a10\ 932c\ f80d\ 8973\ ecb6\ 30bf\ bcl8\ 29db\ ff50\ adf2\ 4465\ a87c\ d236\ 1e8a\ 16c5\ 34f7\ 7acf\ ce94\ 0f59\ 234d\ c833\ d279\ 0ade\ e26e\ 395f\ 71c5\ 1561.$

$e = 4d97\ cc58\ 6372\ 3582\ ae31\ 9d48\ 5814\ 05fr\ 4e74\ 1737\ 6710\ f052\ acda\ 8fd5\ 1827\ b485\ d762\ c713\ 4bda\ b4bd\ 08d6\ 7f78\ 4a5c\ 174e\ d35b\ 5ff9\ 62eb\ 1965\ 6af3\ a353\ 4635\ e843\ 89a0\ 78f0\ e042\ e656\ ff35\ 0236\ 33f4\ cc86\ fcbd\ 4349\ 7c0d\ 3c19\ 7d20\ fc60\ bc91\ 1017.$

$s = 678a\ a11c\ 459c\ bd6d\ 10b9\ 9555\ 675a\ 7d7c\ 7850\ af9b\ dc56\ fe01\ 8846\ 7529\ d02e\ 4aa6\ 85d0\ 3d2e\ 0e8e\ c027\ ba69\ 3b4c\ f4dc\ 48c0\ f2ad\ 74a2\ 25c4\ fc38\ ec52\ 94e4\ a222\ d922\ 7d53\ 389c\ c95f\ 9410\ 2b00\ 5840\ 247b\ ea8c\ 7alf\ 3c60\ ac3a\ 7297\ 704c\ 36e2\ afbb\ e107.$

A 的公开加密变换为  $P_A(r) = r^e \pmod{n}$

### C.3.1.2 鉴别交换

步骤(1):

实体 B 选择一个随机值  $r$ 。

$r = \text{adec c15b d356 b0cd 1b74 9469 b421 ac9d 28ee 96a5 85ec 6284 9cc2 8beb 0e59 4c9f 7377 f151 18fc a3df 249a b0aa ebb0 cf35 91f6 7858 d8a0 16e4 40bf ee20 bbcf da92 8e09 6e2a a6ec eccd f7f1}$ .

B 计算  $h(r)$ ,  $r \parallel h(r)$  和询问  $d = P_A(r \parallel h(r))$ .

$$h(r) = 4bc6 0e2c bfcb 238a 4d88 8b5f 3d4a eb02 3c16 1893.$$

$r \parallel h(r) = \text{adec c15b d356 b0cd 1b74 9469 b421 ac9d 28ee 96a5 85ec 6284 9cc2 8beb 0e59 4c9f 7377 f151 18fc a3df 249a b0aa ebb0 cf35 91f6 7858 d8a0 16er 40bf ee20 bbcf da92 8e09 be2a a6ec eccd f7f1 4bc6 0e2c bfcb 238a d488 8b5f 3d4a eb02 3c16 1893.}$

$d = p_A(r \parallel h(r)) = 60bd 94a5 7b0e 23b9 2eb9 0afb 5e21 630b 763f 8771 3479 98ed 4df6 3c9f bbff1 2369 d117 1c81 9277 63b9 3d5f 2af2 6288 7ee8 b24f b9d4 db2e c206 99b6 eb8f 2b31 3944 27e0 1f74 d501 cfc4 d45f 25ab fd51 b605 c640 7d1a 597e 204a 1183 4670 c6b8 c52c 7cc3.$

步骤(2):

B 发送  $d$  给 A。

步骤(3):

A 执行下列计算步骤

a) A 通过以下计算恢复  $r$  和  $h(r)$ :

$$r \parallel h(r) = S_A(d) = d' \pmod{n}.$$

b) A 根据上一步恢复的  $r$  值,重新计算  $h(r)$ ,并与在上一步恢复的  $h(r)$  值相比较。

假定两个  $h(r)$  的值相一致,A 令  $D=r$ .

步骤(4):

A 发送  $D$  给 B。

步骤(5):

B 将  $r$  和  $D$  相比较。

### C.3.2 使用 1024-bit 的 RSA 和 SHA-1 的例子

#### C.3.2.1 参数选择

此例使用 RSA 作为非对称加密系统的算法,GB/T 18238.3 的第 9 章中所阐明的专用散列函数 3 (也可是 SHA-1) 作为散列函数。

我们假设 A 使用 1024 比特的 RSA 模数  $n=pq$ ,一个公开 RSA 指数  $e$  和一个私有 RSA 指数  $s$ ,其中:

$p = \text{d329 cd1d 1156 1582 b2ec b9c3 90e8 5588 0e0e 5a6b 96b8 8e0f 8fe2 1alc 6dd2 0d86 c85b 3932 1fdb f85d 713d aaaa ad1c 3571 c6d1 80a5 c0e7 7159 1be0 e4ad 54ad.}$

$q = \text{bbb7 9564 0e4b 12d0 6c4a bfe3 1a93 f5f4 e69e 419f eac3 3c6c 2eaf e28e a60b ad6c 81c5 7477 1092 e8b2 67c3 6176 1969 cf37 1f26 60ad e102 6c5e clc7 f394 6fa3 f72f.}$

$n = 9ad7 01ef 79b2 6383 a98d 4995 5bc1 3684 c32a 60e6 8690 09a7 dd06 92f8 0914 7408 83d2 183b 851d 829b bdef 4da5 a973 9e83 e9e0 bb0f 7656 05cf 878e 03c9 0cda 6456 16e4 5a3b 8da2 4bfa 5a98 a00d ba3c e534 fb9d 02ac 8408 01a9 5b27 2f05 a989 73a9 35fb 6cef 475e 64ab d367 8caf 7abc 2025 4ffb 432f dbfb 1alc 07ab 0805 25ac 76c3.$

$s = 8076 3fa4 ced3 052c 4e60 6a0f 4be0 336c c5c7 1a9d df78 0fd4 adc7 8493 b106 e65e 6524 7d1e de7e 1bb1 312c 2d38 aa8a 3cb2 16dd d6ed ed3b 177e 17a2 9592 82ac 4bba beld 0e2e 0762 6e77 739e 1d70 0896 5b28 de8b 525e clf0 a7d4 6c15 0781 a4e7 b9a3 9d2d 9ca4 2a12 8a74 aed3 35c4 9e7b 4da3 3e3b c55c e416 d27f a89f 07f1 d5f7 0423.$

A 的公开加密变换为  $P_A(r) = r^e \pmod{n}$

### C.3.2.2 鉴别交换

步骤(1):

实体 B 选择一个随机值  $r$ 。

$r = \text{fdb ad50 6bb5 2e55 e951 de0d a780 954e f6df e7a3 ac4e 859e 5dae c493 1670 afc2 84e3 37cf 3963 b13f e614 e089 77c8 2062 3ceb 2cd4 fc2f 7ecr aeaf e48a 189a e6b2 516e sb92 c4ea f516 48da e4cr 28a8 17ce 373a 40dc 9109 e255 f3e7 34d7 bleb b03c 8a6c cb8a 2f80 4a0d 1e8a.}$

B 计算  $h(r)$ ,  $r \parallel h(r)$  和询问  $d = P_A(r \parallel h(r))$ .

$$h(r) = \text{cb70 5374 99ae 42ce 1c03 0777 af95 b0a6 d978 8684.}$$

$r \parallel h(r) = \text{fdb ad50 6bb5 2e55 e951 de0d a780 954e f6df e7a3 2c4e 859e 5dae c493 1670 afc2 84e3 37cf 3963 b13f e614 e089 77c8 2062 3ceb 2cd4 fc2f 7ec4 aeaf e48a 189a e6b2 516e 2b92 c4ea f516 48da e4cr 28a8 17ce 373a 40dc 1e8a cb70 5374 99ae 42c3 1c03 0777 af95 b0a6 d978 8684.}$

$d = p_A(r \parallel h(r)) = \text{0e3d ad30 9d9e 5556 a4bd 7bab f749 a7ba c2a5 f350 fa23 07f2 72d7 8bd7 078e d5fe e00a 410c 0807 fd2c 5570 4cd3 d5db 8902 7640 0e8b 7b75 3c7c 26c1faf4 7acc 75b0 daa7 c567 1823 d778 f432 b8a6 4457 2be2 9569 0f41 dc40 4abf e733 7b4b 2092 3d14 6ed5 9fdc d094 bd03 e5e9 bd9b 215e 7775 497b 0caf 43a7 7b85 f5eb c0eb d5b8 05cf.}$

步骤(2):

B 发送  $d$  给 A。

步骤(3):

A 执行下列计算步骤

a) A 通过以下计算恢复  $r$  和  $h(r)$ :

$$r \parallel h(r) = S_A(d) = d^e \pmod{n}$$

b) A 根据上一步恢复的  $r$  值, 重新计算  $h(r)$ , 并与在上一步恢复的  $h(r)$  值相比较。

假定两个  $h(r)$  的值相一致, A 置  $D=r$ 。

步骤(4):

A 发送  $D$  给 B。

步骤(5):

B 将  $r$  和  $D$  相比较。

**附录 D**  
**(资料性附录)**  
**机制比较**

本附录对于第 5 章, 第 6 章, 第 7 章中所述的机制进行比较。

#### D. 1 机制比较的度量

我们用下述量度标准进行比较: 计算复杂性, 通信复杂性, 声称者认可信息的大小。

对于某些实现, 声称者可以使用便携式设备(例如智能卡)来向验证者证实他的认可的合法性。在这些实现中, 声称者的认可信息对智能卡的计算复杂性和通信复杂性, 以及智能卡的存储能力的要求是极其重要的, 因为智能卡的存储能力和处理能力同验证者的设备相比是非常有限的。如[9]所述, 按 1996 年的科技水平, 时钟频率至多为 10 MHz; RAM 和 EEPROM 容量范围分别在 76 到 512 字节和 2K 到 20K 字节。如果对本附录中所述机制的那些特点没有足够的注意, 这些因素将会影响实现的效率。

因此, 本附录关注由声称者所执行计算的复杂性、声称者与验证者之间的通信复杂性, 以及用于保存声称者认可信息的智能卡的存储要求。

另外, 在此附录中也考虑到了攻击者冒充声称者的可能性。特别地, 一个不知道声称者认可信息的攻击者可能试图通过猜测询问而生成证据的方式来冒充声称者, 这里计算了这种攻击成功的概率。

下列符号要使用。

- $C_p$  计算复杂性。
- $C_m$  通信复杂性。
- $S$  智能卡存储大小的要求。
- $P$  冒充的成功概率。

#### D. 2 基于身份的机制

这里在参数值  $n, v, t, m$  的两种不同假设下对这个机制进行评估, 它们分别对应于 Fiat-Shamir 方案( $v=2$ )和 Guillou-Quisquater 方案( $v>2, t=m=1$ )。

##### D. 2. 1 当 $v$ 很大时的情形(Guillou-Quisquater 方案)

###### D. 2. 1. 1 计算复杂性

在本条中, 考虑  $v$  很大的特殊情况。特别的, 当  $\lfloor \log_2 v \rfloor \geq 16$  时[5]给出了一个方案。

根据定义, 声称者在每一次迭代中执行下述两个计算:

$$W = r^v \bmod n$$

和

$$D = r \prod_{i=1}^m (C_{A_i}^{d_i}) \bmod n$$

本条中使用了下述符号:

$N_w$ ——计算  $W$  所需要的模乘法次数。

$N_D$ ——计算  $D$  所需要的模乘法次数。

$\mu(k)$ ——对于  $k$  比特长的模数, 模乘法的计算复杂性。

大家知道(比如参见[6]), 模乘法存在有效的算法使得:

$$\mu(k) = O(k^{\log_2 3})$$

下述关系成立:

$$C_p = t(N_D + N_W) \mu(\lfloor \log_2 n \rfloor)$$

在本条的剩余部分,我们估计  $N_D$  和  $N_W$ 。

利用‘从右到左’形式的平方与乘法算法来计算模指数,参看[6]和[8],计算  $(r^n \bmod n)$  需要计算  $\lfloor \log_2 v \rfloor$  个值:

$$r^{2^t}, \dots, r^{\lfloor \log_2 v \rfloor}$$

那么,  $W$  由下式决定:

$$W = (r^1)^{b_0} (r^2)^{b_1} \cdots (r^{\lfloor \log_2 v \rfloor})^{\lfloor \log_2 v \rfloor} \bmod n$$

其中  $b_i$  表示  $v$  的二进制表示的第  $i$  位比特 ( $b_0$  是最低位比特而  $b_{\lfloor \log_2 v \rfloor}$  是最高位比特。)

对于一般的  $v$  来说,有一半的  $b_i$  ( $i=0, \dots, \lfloor \log_2 v \rfloor - 1$ ) 将为零,因此  $N_W$  的值为:

$$N_W = \frac{3}{2} \lfloor \log_2 v \rfloor$$

类似的方法用于计算  $D, N_D$  可由下式近似表示:

$$N_D \approx \frac{3m}{2} \lfloor \log_2 v \rfloor.$$

因此,  $C_p$  可由下式得到:

$$C_p \approx \frac{3t}{2} (m+1) \lfloor \log_2 v \rfloor \mu(\lfloor \log_2 n \rfloor)$$

特别的,对于  $t=m=1$  的情况,也就是我们熟知的 Guillou-Quisquater 方案,有:

$$C_p \approx 3 \lfloor \log_2 v \rfloor \mu(\lfloor \log_2 n \rfloor)$$

#### D.2.1.2 通信复杂性

在每一轮中,声称者发送  $\text{TokenAB}_1=W$  和  $\text{TokenAB}_2=D$  给验证者,它们都为  $(\lfloor \log_2 n \rfloor + 1)$  比特长。验证者也发送询问,即由  $m$  个比特串构成的序列,每个都为  $(\lfloor \log_2 v \rfloor + 1)$  比特长。由于同  $(\lfloor \log_2 n \rfloor)$  相比,  $m$  是可以忽略的,下述式子成立:

$$\begin{aligned} C_M &= t(2 \lfloor \log_2 n \rfloor + 1) + m(\lfloor \log_2 v \rfloor + 1) \\ &\approx t(2 \lfloor \log_2 n \rfloor + m \lfloor \log_2 v \rfloor) \end{aligned}$$

在 Guillou-Quisquater 方案中,我们有:

$$C_M \approx 2 \lfloor \log_2 n \rfloor + \lfloor \log_2 v \rfloor$$

声称者也允许发送  $\text{TokenAB}_1=h(W \parallel \text{Text})$  以代替  $\text{TokenAB}_1=W$ 。在这种情况下,  $C_M$  为:

$$C_M \approx t(\lfloor \log_2 n \rfloor + H + m \lfloor \log_2 v \rfloor)$$

这里  $H$  是散列函数  $h$  的散列码的比特数。

#### D.2.1.3 声称者的认可大小

除了公开密钥对  $(v, n)$  之外,声称者保留私有认可信息  $C_{A_1}, C_{A_2}, \dots, C_{A_m}$ 。因此,所需要的存储比特数为:

$$S \approx (m+1) \lfloor \log_2 n \rfloor + \lfloor \log_2 v \rfloor.$$

在 Guillou-Quisquater 方案中,我们有:

$$S \approx 2 \lfloor \log_2 n \rfloor + \lfloor \log_2 v \rfloor$$

#### D.2.1.4 安全程度

一个不知道声称者认可信息的攻击者,可能通过猜测验证者将要发送的询问,然后生成证据的方法,试图冒充声称者。攻击者冒充声称者的成功概率为:

$$P = \frac{1}{v^m}$$

对于 Guillou-Quisquater 方案,我们有:

$$P = \frac{1}{v}$$

## D. 2.2 Fiat-Shamir 方案

在本条中,考虑  $v=2$  的特殊情况。在这种情况下,此机制被称为 Fiat-Shamir 方案。

### D. 2.2.1 计算的复杂性

由于  $v=2$ ,我们有 $\lfloor \log_2 v \rfloor = 1$ ,因此

$$N_w = 1, N_D = \frac{m}{2}$$

所以,

$$C_P = \frac{1}{2}t(m+2)\mu(\lfloor \log_2 n \rfloor)$$

### D. 2.2.2 通信复杂性

由于同 $\lfloor \log_2 n \rfloor$ 相比较  $m$  是可忽略的,有

$$C_M \approx 2t \lfloor \log_2 n \rfloor$$

声称者也允许发送  $\text{TokenAB}_1 = h(W \parallel \text{Text})$  代替  $\text{TokenAB}_1 = W$ 。在这种情况下, $C_M$  为:

$$C_M \approx t(\lfloor \log_2 n \rfloor + H)$$

其中  $H$  是散列函数  $h$  的散列码的比特数。

### D. 2.2.3 声称者的认可大小

$$S \approx (m+1)\lfloor \log_2 n \rfloor.$$

### D. 2.2.4 安全程度

攻击者成功地猜测所有  $mt$  个询问的概率为:

$$P = \frac{1}{2^m}$$

## D. 3 使用离散对数的基于证书的机制

### D. 3.1 计算复杂性

声称者执行的计算是:

$$W = g^r \bmod p$$

和

$$D = r - dz_A \bmod q$$

由于计算  $D$  的复杂性与计算  $W$  相比较是可以忽略的,那么整个复杂性  $C_P$  为:

$$C_P \approx \frac{3}{2}\lfloor \log_2 q \rfloor \mu(\lfloor \log_2 p \rfloor)$$

### D. 3.2 通信复杂性

声称者发送  $\text{TokenAB}_1 = W$  和  $\text{TokenAB}_2 = D$  给验证者,它们分别为 $(\lfloor \log_2 p \rfloor + 1)$  和 $(\lfloor \log_2 q \rfloor + 1)$ 比特长。验证者发送一个询问,长为 $(\lfloor \log_2 q \rfloor + 1)$ 比特,因此:

$$C_M \approx \lfloor \log_2 p \rfloor + 2 \lfloor \log_2 q \rfloor$$

声称者也允许发送  $\text{TokenAB}_1 = h(W \parallel \text{Text})$  以代替  $\text{TokenAB}_1 = W$ 。在这种情况下,我们有:

$$C_M \approx H + 2 \lfloor \log_2 q \rfloor$$

其中  $H$  是散列函数  $h$  的散列码的比特数。

### D. 3.3 声称者的认可大小

除了三个正整数  $p, q$  和  $g$  之外,声称者需要存储私有密钥  $z_A$ ,因此:

$$S \approx 2(\lfloor \log_2 p \rfloor + \lfloor \log_2 q \rfloor)$$

### D. 3.4 安全程度

询问  $d$  选自集合 $\{0, 1, \dots, q-1\}$ 。因此,攻击者猜测一个询问成功的概率为:

$$P = \frac{1}{q}$$

#### D.4 使用非对称加密系统的基于证书的机制

为了本章的讨论,假设 RSA 密码系统是机制的非对称加密系统。下述符号要用到:

- a)  $(y_A, n)$  是声称者的公开密钥。
- b)  $z_A$  是声称者的私有密钥,也就是说,关系式  $y_A z_A \equiv 1 \pmod{\lambda(n)}$  成立。
- c)  $P_A(m) = m^{y_A} \pmod{n}$ 。
- d)  $S_A(c) = C^A \pmod{n}$ 。

##### D.4.1 计算复杂性

声称者执行的计算为:

$$S_A(d) = d^{z_A} \pmod{n}$$

因此,计算复杂性为:

$$C_P \approx \frac{3}{2} \lfloor \log_2 n \rfloor + \mu(\lfloor \log_2 n \rfloor)$$

##### D.4.2 通信复杂性

验证者发送  $\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$  比特长的询问  $P_A(r \parallel h(r))$ ,而声称者发送 TokenAB=r 返回给验证者。假设  $\lfloor \log_2(r \parallel h(r)) \rfloor \approx \lfloor \log_2 n \rfloor$ , TokenAB 的比特长度是  $\lfloor \log_2 n \rfloor - \lfloor \log_2 h(r) \rfloor$ 。因此:

$$C_M \approx 2 \lfloor \log_2 n \rfloor - H$$

其中  $H$  是散列函数  $h$  的散列码的比特数。

##### D.4.3 声称者的认可大小

声称者保存的认可信息,是 RSA 私有密钥对  $(z_A, n)$ ,它的长度用比特表示是:

$$S \approx 2 \lfloor \log_2 n \rfloor$$

##### D.4.4 安全程度

攻击者成功地猜测到  $r$  值的概率为:

$$P = \frac{1}{2^{\lfloor \log_2 n \rfloor - H}}$$

#### D.5 机制的比较

表 D.1 概括了在第 D.2~第 D.4 章中讨论的参数。

另一方面,表 D.2 给出了当参数选定为某些具体值时这些机制的比较(例如: $\lfloor \log_2 n \rfloor$ , $\lfloor \log_2 v \rfloor$ , $\lfloor \log_2 p \rfloor$ )。表 D.2 中的每一个值都是其中一个机制的计算值与 Fiat-Shamir 方案的相应计算值的比率。

我们采用下面具体的参数选取来获得表 D.2 中提供的数字。

——Fiat-Shamir 方案(FS)。假定值  $m=2$  和  $t=10$ ,作为 Fiat 和 Shamir 的参数,[3],(推荐)。

——带散列承诺的 Fiat-Shamir 方案(FSH)。这是 TokenAB<sub>i</sub>= $h(W \parallel \text{Text})$  的情形。由于许多现有的散列函数都产生 128-比特的散列值,我们把  $H$  置为 128。其他参数值与上面的 Fiat-Shamir 方案相同。

——Guillou-Quisquater 方案(GQ)。假定值  $\lfloor \log_2 v \rfloor = 16$ 。

——Schnorr 方案(SC)。Schnorr[10]推荐  $\log_2 p = 512$  和  $\log_2 q = 140$ 。

——带散列承诺的 Guillou-Quisquater 方案(GQH)。这是 TokenAB<sub>i</sub>= $h(W \parallel \text{Text})$  的情形。由于许多现有的散列函数都产生 128-bit 的散列值,我们把  $H$  定为 128。其他参数值与上面的 GQ 方案一样。

——使用非对称加密系统(RSA)的基于证书的机制。由于许多现有的散列函数都产生的 128-比

特的散列值,我们把 H 定为 128。

表 D. 1 评估函数

	$C_P$	$S$	$C_M$	$P$
$FS$	$(1/2)t(m+2)\mu(\lfloor \log_2 n \rfloor)$	$(m+1)\lfloor \log_2 n \rfloor$	$2t\lfloor \log_2 n \rfloor$	$1/2^m$
$FSH$	$(1/2)t(m+2)\mu(\lfloor \log_2 n \rfloor)$	$(m+1)\lfloor \log_2 n \rfloor$	$t(\lfloor \log_2 n \rfloor + H)$	$1/2^m$
$GQ$	$3\lfloor \log_2 v \rfloor \mu(\lfloor \log_2 n \rfloor)$	$2\lfloor \log_2 n \rfloor + \lfloor \log_2 v \rfloor$	$2\lfloor \log_2 n \rfloor + \lfloor \log_2 v \rfloor$	$1/v$
$GQH$	$3\lfloor \log_2 v \rfloor \mu(\lfloor \log_2 n \rfloor)$	$2\lfloor \log_2 n \rfloor + \lfloor \log_2 v \rfloor$	$\lfloor \log_2 n \rfloor + H + \lfloor \log_2 v \rfloor$	$1/v$
$SC$	$\frac{3}{2}\lfloor \log_2 q \rfloor \mu(\lfloor \log_2 p \rfloor)$	$2\lfloor \log_2 p \rfloor + \lfloor \log_2 q \rfloor$	$\lfloor \log_2 p \rfloor + 2\lfloor \log_2 q \rfloor$	$1/q$
$SCH$	$\frac{3}{2}\lfloor \log_2 q \rfloor \mu(\lfloor \log_2 p \rfloor)$	$2\lfloor \log_2 p \rfloor + \lfloor \log_2 q \rfloor$	$H + 2\lfloor \log_2 q \rfloor$	$1/q$
$RSA$	$\frac{3}{2}\lfloor \log_2 n \rfloor \mu(\lfloor \log_2 n \rfloor)$	$2\lfloor \log_2 n \rfloor$	$2\lfloor \log_2 n \rfloor - H$	$2^{H-\lfloor \log_2 n \rfloor}$

表 D. 2 特殊参数选择的评估比率

	$C_P$	$S$	$C_M$	$P$
$FS$	1	1	1	1
$FSH$	1	1	0.625	1
$GQ$	3	0.67969	0.10195	1
$GQH$	3	0.67969	0.0644531	1
$SC$	10.5	0.75781	0.77344	$2^{-120}$
$SCH$	10.5	0.75781	0.0398437	$2^{-120}$
$RSA$	38.4	0.66667	0.0875	$2^{-354}$

**附录 E**  
**(资料性附录)**  
**关于专利的信息**

GB/T 15843 的本部分在制定中等同采用了国际标准 ISO/IEC 9798-5:1999 附录 E 的专利信息。

关于专利的使用遵照国家有关规定。

国际标准的有关专利信息如下：

在 GB/T 15843 本部分的准备期间, 收集到了 ISO/IEC 9798 本部分的应用可能涉及到的有关专利信息。有关专利信息如下表所示。但是, 关于专利的有效性或范围, ISO/IEC 不能够提供官方的或全面的信息。

这些注册专利的持有者已经声明, 如果寻求授权许可的使用方同意付费, 将在适当的条件下给予许可, 使其能够应用 GB/T 15843 的本部分。

更多的信息请向相关的专利持有者询问。

专业范围	发明者	专利号	发布日期	联系地址
Fiat-Shamir 鉴别	Shamir-Fiat	US 4,748,668	1988-05-31	News Difital Systems Ltd. Stoneham Rectory Stoneham Lane Eastleigh Hampshire SO50 9NW, UK
Schnorr 签名	Schnorr	US 4,995,082	1991-02-19	RSA Data Security Inc. Director of Licensing 2955 Campus Drive, Suite 400 San Mateo, CA 94403-2507 USA
GQ 鉴别	Guillou-quisquator	US 5,140,634  EP 0,311,470	1992-08-18  1992-12-16	CCETT Patent and IPR Office BP 59 4 Rue du Clos Courtel F-35512 Cesson Sevigne France  Philips International B. V. Corporate Patents and Trademarks P. O. Box 220 56000 AE Eindhoven The Netherlands

附录 F  
(资料性附录)  
参考文献

- [1] J. Brandt, I. Damgad, P. Landock and T. Pedersen, Zero-knowledge authentication scheme with secret key exchange, in Advances in Cryptology -CRYPTO '88', S. Goldwasser(editor), Springer-Verlag, Berlin (1990), pp. 583-588
- [2] C. Feige, A. Fiat and A. Shamir, Zero knowledge proofs of identity journal of Cryptology, Volume 1 (1988) pp. 77-94
- [3] A. Fiat and A. Shamir, How to prove yourself: Practical solutions to identification and signature problems, in: 'Advances in Cryptology-CRYPTO '86', A. M. Odlyzko (editor), Springer-Verlag, Berlin (1987), pp. 186-194'
- [4] S. Goldwasser, S. Micali and C. Rackoff, The knowledge complexity of interactive proof systems. SIAM Journal on Computing. Volume 18(1989)pp. 186-208
- [5] L. C. Guillou and J.-J. Quisquater. A practical zero-knowledge protocol fitted to security microprocessor minimizing both transmission and memory in: 'Advances in Cryptology-EUROCRYPT '88', C. G. Günther(editor) Springer-Verlag. Berlin (1988). pp. 123-128
- [6] D. E. Knuth, The art of Computer Programming, Volume 2. Addison-Wesley (2<sup>nd</sup> edition, 1981)
- [7] C. H. Lim and P. J. Lee. A key recovery attack on discrete log based schemes using a prime order subgroup, in: 'Advances in Cryptology-Crypto'07', Lecture Notes in Computer Science 1294, Springer Verlag. Berlin (1997). pp. 249-263'
- [8] A. J. Menezes., P. C van Oorschot and S. A. Vanstone, Handbook of applied cryptography. CRC Press. Boca Raton (1997)
- [9] D. Naccache, D. M'Raihi. Cryptographic smart cards. IEEE Micro. Volume 16 no. 3 (June 1996)
- [10] C. P. Schnorr, Efficient identification and signatures for smart cards. In: 'Advances in Cryptology-CRYPTO '89'. G. Brassard (editor), Springer-Verlag. Berlin (1990). pp. 239-252